

Lieu de points (avec ou sans homothétie)*Fiche descriptive*

Niveau d'enseignement :	Première S
Type d'activité :	Développement des compétences TICE. Problème ouvert.
Durée :	Une heure
Outils :	Un logiciel de géométrie dynamique plane (Geoplan ou Cabri Geomètre II ou GeoGebra)
Compétences TICE :	Construire des cercles. Construire l'image d'un point par une symétrie centrale. Construire un point libre sur un objet. Déplacer un point. Afficher le lieu d'un point en utilisant la commande trace.
Compétences mathématiques :	Utiliser les propriétés des homothéties. Utiliser des propriétés caractéristiques des points d'un cercle ... Utiliser le théorème de Thalès. Connaître les propriétés du centre de gravité d'un triangle. Déterminer un lieu géométrique et démontrer.
Place dans la progression, moment de l'étude :	Après l'étude des homothéties.

Lieu de points (avec ou sans homothétie)*Fiche professeur*

Le TP propose la recherche du lieu géométrique d'un point M' défini à partir d'un point N qui se déplace sur un cercle.

L'ensemble cherché est facile à visualiser et la démonstration est simple.

Il y a deux démonstrations possibles :

- une, utilisant la caractérisation d'un cercle
- une autre, utilisant les homothéties.

La première démonstration est peut-être plus naturelle pour les élèves, mais elle nécessite une analyse-synthèse. En effet, comme on recherche un ensemble, il faut s'assurer qu'on a bien obtenu tout le lieu et seulement le lieu.

La deuxième démonstration est plus simple puisqu'on utilise une transformation (bijective) : le lieu est alors l'image d'un ensemble connu par cette transformation.

Il semble intéressant de présenter les deux méthodes aux élèves et de discuter de leurs pertinences.

Remarque :

l'instruction « Précisez comment vous utilisez le logiciel pour faire ces conjectures autrement qu'en « voyant » veut dire que l'on attend de l'élève qu'il utilise le logiciel pour l'aider à conforter ses conjectures; ceci doit l'amener à prendre des initiatives (construire le centre de gravité du triangle, calculer des longueurs, tracer le cercle solution ...)

<p style="text-align: center;"><i>Lieu de points</i></p> <p style="text-align: right;"><i>Fiche élève</i></p>	<p style="text-align: center;"><i>Lieu de points</i></p> <p style="text-align: right;"><i>Utilisation de Geoplan</i></p>
<p>On considère :</p> <ul style="list-style-type: none"> ● A et B, deux points du plan ; ● E, le symétrique du point A par rapport au point B ; ● \mathcal{C}_1 le cercle de diamètre [AB] ; ● \mathcal{C}_2 le cercle de diamètre [AE] ; ● N un point variable du cercle \mathcal{C}_1 différent des points A et B. <p>La droite (AN) recoupe le cercle \mathcal{C}_2 en un point M. M' est le point d'intersection des droites (EN) et (BM).</p> <p>Le but de l'exercice est de déterminer l'ensemble décrit par le point M' lorsque le point N décrit le cercle \mathcal{C}_1 privé des points A et B.</p> <p>1. Figure</p> <p>Créer une figure qui corresponde à la situation et appeler le professeur pour la faire valider.</p> <p>2. Conjectures</p> <p>Première conjecture : quel semble être l'ensemble décrit par le point M' lorsque le point N décrit le cercle \mathcal{C}_1 privé des points A et B ?</p> <p>Deuxième conjecture : quelle semble être la particularité du point M' pour le triangle AME ?</p> <p>Précisez comment vous utilisez le logiciel pour faire ces conjectures autrement qu'en « voyant ».</p> <p>3. Démonstration</p> <p>a. Démontrer la deuxième conjecture. b. Démontrer la première conjecture.</p>	<p><u>Pour construire des objets géométriques</u> Le logiciel Geoplan permet de construire des points, des cercles, des droites ... (menu <i>Créer</i>) :</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Pour créer des points libres : <i>Créer ; Point > Point libre ...</i> (choisir) ● Pour créer des points images par une transformation : <i>Créer ; Point > Point image par ...</i> (choisir) ● Pour créer un cercle : <i>Créer ; Ligne > Cercle ...</i> (choisir) ● Pour créer une droite : <i>Créer ; Ligne > Droite(s) ...</i> (choisir) ● Pour créer des points intersection d'objets géométriques déjà définis : <i>Créer ; Point > ...</i> (choisir) ● Pour créer des points remarquables : <i>Créer ; Point > Centre(divers) ...</i> (choisir) <p><u>Pour visualiser la trace d'un objet</u> Le logiciel permet de faire apparaître la trace (c'est-à-dire les différentes positions) d'un objet qui se déplace. Pour cela, suivre : <i>Afficher ; Sélection trace</i> . Sélectionner alors l'objet dont on veut voir la trace (ne pas oublier de cliquer sur OK). Pour activer le mode trace, cliquer sur l'icône représentée ci-contre.  Déplacer alors l'objet pilote : ici on déplace le point pilote N pour faire apparaître la trace du point M'.</p> <p>Pour quitter le mode trace et pouvoir revenir à la figure : cliquer de nouveau sur l'icône </p> <p><u>Pour créer la longueur d'un segment</u>, suivre : <i>Créer ; Numérique > Calcul géométrique > Longueur d'un segment</i></p> <p><u>Pour créer un calcul à partir d'objets déjà créés</u>, suivre : <i>Créer ; Numérique > Calcul algébrique</i></p> <p><u>Pour afficher les résultats de calculs déjà créés</u>, suivre : <i>Créer ; Affichage > Variable numérique déjà définie</i></p>

On considère :

- A et B, deux points du plan ;
- E, le symétrique du point A par rapport au point B ;
- \mathcal{C}_1 le cercle de diamètre [AB] ;
- \mathcal{C}_2 le cercle de diamètre [AE] ;
- N un point variable du cercle \mathcal{C}_1 différent des points A et B.

La droite (AN) recoupe le cercle \mathcal{C}_2 en un point M.

M' est le point d'intersection des droites (EN) et (BM).

Le but de l'exercice est de déterminer l'ensemble décrit par le point M' lorsque le point N décrit le cercle \mathcal{C}_1 privé des points A et B.

1. Figure

Créer une figure qui corresponde à la situation et appeler le professeur pour la faire valider.

2. Conjectures

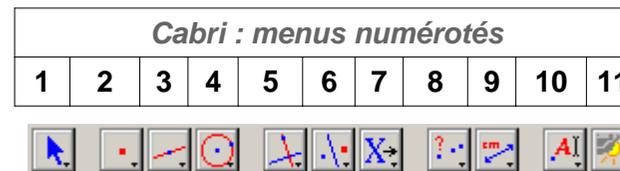
Première conjecture : quel semble être l'ensemble décrit par le point M' lorsque le point N décrit le cercle \mathcal{C}_1 privé des points A et B ?

Deuxième conjecture : quelle semble être la particularité du point M' pour le triangle AME ?

Précisez comment vous utilisez le logiciel pour faire ces conjectures autrement qu'en « voyant ».

3. Démonstration

- Démontrer la deuxième conjecture.
- Démontrer la première conjecture.



A tout moment vous pouvez obtenir de l'aide en cliquant sur aide.

Pour créer un point libre dans le plan

Cliquer sur l'icône **2**, maintenir le clic et sélectionner **Point** puis placer le point et le nommer. Pour déplacer le point libre : cliquer d'abord sur l'icône **1**.

Pour créer l'image d'un point par une transformation

Cliquer sur l'icône **6**, maintenir le clic et sélectionner la transformation voulue (utiliser l'aide pour connaître l'ordre dans lequel il faut effectuer les opérations).

Pour créer le milieu d'un segment

Cliquer sur l'icône **5**; sélectionner **Milieu** puis cliquer sur les extrémités du segment.

Pour créer un cercle de centre donné et passant par un point donné

Cliquer sur l'icône **4** et sélectionner **Cercle**, puis cliquer sur le centre et sur un point du cercle.

Pour créer un point libre sur un objet

Cliquer sur l'icône **2**, sélectionner **Point sur un objet**, puis cliquer sur l'objet.

Pour créer une droite : icône **3**.

Pour créer l'intersection de deux objets : icône **2**.

Pour faire apparaître la trace du point M' lorsque le point N se déplace

Cliquer sur l'icône **10**, sélectionner **Trace**, cliquer sur M' (ce qui le sélectionne), puis déplacer N.

Pour quitter le mode trace : cliquer sur le point M' (pour le désélectionner) et sur l'icône **1**.

Pour effectuer des calculs : icône **9**.

On considère :

- A et B, deux points du plan ;
- E, le symétrique du point A par rapport au point B ;
- \mathcal{C}_1 le cercle de diamètre [AB] ;
- \mathcal{C}_2 le cercle de diamètre [AE] ;
- N un point variable du cercle \mathcal{C}_1 différent des points A et B.

La droite (AN) recoupe le cercle \mathcal{C}_2 en un point M.

M' est le point d'intersection des droites (EN) et (BM).

Le but de l'exercice est de déterminer l'ensemble décrit par le point M' lorsque le point N décrit le cercle \mathcal{C}_1 privé des points A et B.

1. Figure

Créer une figure qui corresponde à la situation et appeler le professeur pour la faire valider.

2. Conjectures

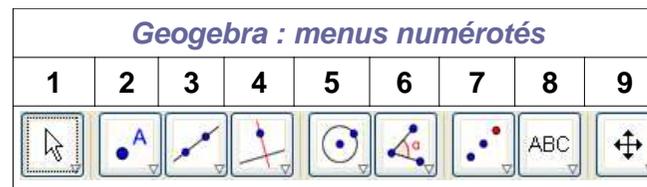
Première conjecture : quel semble être l'ensemble décrit par le point M' lorsque le point N décrit le cercle \mathcal{C}_1 privé des points A et B ?

Deuxième conjecture : quelle semble être la particularité du point M' pour le triangle AME ?

Précisez comment vous utilisez le logiciel pour faire ces conjectures autrement qu'en « voyant ».

3. Démonstration

- Démontrer la deuxième conjecture.
- Démontrer la première conjecture.



A tout moment vous pouvez obtenir de l'aide en cliquant sur aide. Vous pouvez enlever les axes en cliquant sur Affichage (dans la barre d'outils) puis sur Axes.

Pour créer un point libre dans le plan

Cliquer sur la flèche en bas à droite de l'icône 2 et sélectionner **Nouveau point**, puis placer le point.

Pour créer l'image d'un point par une transformation

Cliquer sur l'icône 7 et sélectionner le sous menu qui convient; cliquer ensuite sur l'objet à transformer et sur l'invariant de la transformation.

Pour renommer, modifier, masquer, effacer ... un objet : clic droit sur l'objet.

Pour créer le milieu d'un segment

Cliquer sur l'icône 2; sélectionner Milieu puis cliquer sur les extrémités du segment.

Pour créer un cercle : Utiliser l'icône 5 et choisir

Pour créer un point libre sur un objet

Cliquer sur l'icône 2 et sélectionner **Nouveau point**, puis cliquer sur l'objet.

Pour créer une droite : icône 3.

Pour créer l'intersection de deux objets : icône 2.

Pour faire apparaître la trace du point M' lorsque le point N se déplace

Cliquer droit sur M' et sélectionner **Trace activée**, cliquer sur l'icône 1, puis déplacer N.

Pour désélectionner la trace : Clic droit sur M' et désélectionner **Trace activée**

Pour effacer la trace : aller dans « Affichage », « Rafraîchir l'image »

Le logiciel effectue automatiquement les calculs des longueurs des segments créés.