

RALLYE MATHÉMATIQUE DU CENTRE

Épreuve préparatoire

2°

Décembre 2008

Formule « Groupes » Exercices 1 - 2 - 3 et 7

Formule « Classes » Exercices 1 à 8

Il est rappelé que toute réponse devra être accompagnée d'une justification.

Les solutions partielles seront examinées.

Bon courage et rendez-vous le 17 mars pour l'épreuve officielle.

Exercice n°1

L'exercice de l'année

5 points

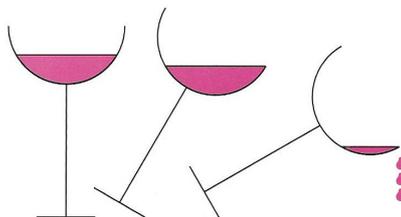
Quel est le plus grand entier positif de 2009 chiffres dont la somme des chiffres est 2009 ?
Et le plus petit ?

Exercice n°2

Degré limité

5 points

Le ventre d'un verre à pied a la forme d'une demi-sphère de 6 cm de diamètre. Il est rempli d'eau à mi-hauteur.
De quel angle au maximum peut-on incliner le pied sans renverser une seule goutte ?



Exercice n°3

Gare au radar !

5 points

Le compteur de vitesse de ma voiture exagère de 10 %.
Quand il indique 100 km.h^{-1} , à quelle vitesse (exprimée en km.h^{-1}) est-ce que je roule réellement ?

$91 + \frac{1}{11}$

110

90

$111 + \frac{1}{9}$

$90 + \frac{10}{11}$

Après avoir recopié la ligne encadrée sur la feuille réponse, cocher la réponse exacte et expliquer pourquoi avoir fait ce choix.

Exercice n°4**« Ephaçant ... »****12 points**

A la pointe du RA... le phare A émet un flash toutes les 6 minutes; on dit que sa *période d'émission* est de 6 minutes. L'émission du premier flash a lieu à minuit. Le phare B fonctionne avec une autre période d'émission qui est un nombre entier de minutes.

Les quatre situations proposées ci-dessous sont indépendantes.

Situation 1 : Le phare B a une période d'émission de 10 minutes et émet pour la première fois à 0 h 05 min.

Peut-il y avoir coïncidence entre les deux phares ?

Situation 2 : Le phare B émet toujours toutes les 10 minutes mais sa première émission a lieu au plus 9 minutes après celle du phare A.

Les deux phares coïncident à 5 h 48 min.

Déterminer l'heure de la première émission du phare B.

Situation 3 : Le phare B a toujours une période d'émission de 10 minutes et commence à émettre à 0 h 04 min.

Quelle est l'heure de la première coïncidence des deux phares ?

Quelle est l'heure de la dixième coïncidence des deux phares ?

Entre 0 h 00 min et 7 h 00 min, combien y a-t-il de coïncidences ?

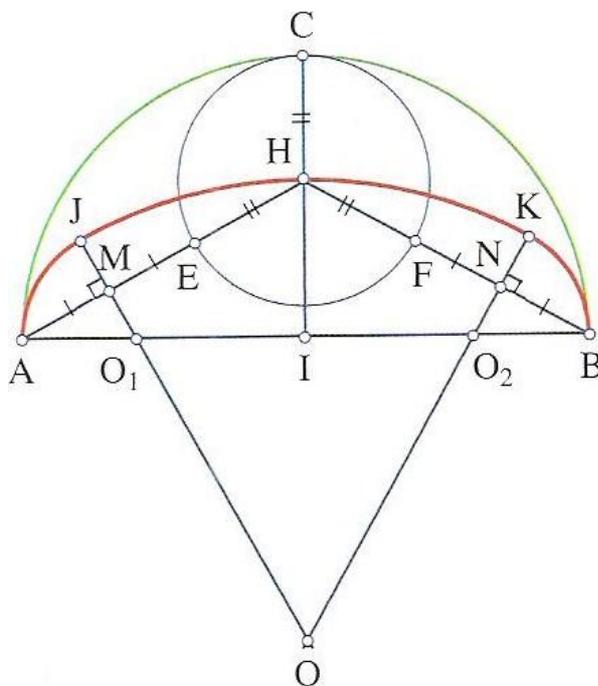
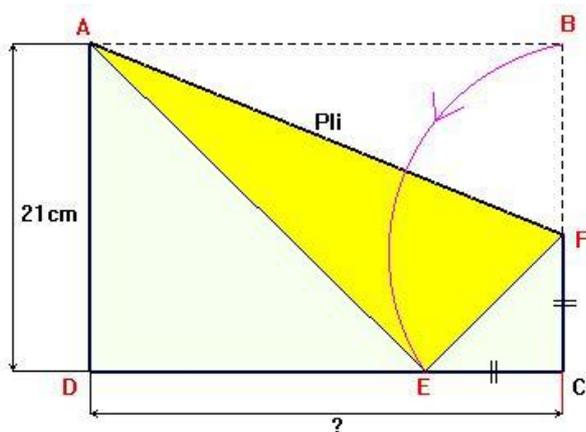
Situation 4 : Le phare B débute son émission à 0 h 05 min avec une nouvelle période d'émission comprise entre 2 et 12 minutes. Sachant qu'il y a coïncidence à 1 h 36 min, quelle est la période d'émission du phare B ?

**Exercice n°5****Anse de panier****5 points**

La courbe $AJKB$ représentée ci-contre s'appelle une anse de panier.

Elle est construite à partir d'un triangle isocèle ABH de sommet principal H , de hauteur $[IH]$ et du demi-cercle de diamètre $[AB]$. Elle est constituée de trois arcs de cercle, \widehat{JK} , \widehat{AJ} et \widehat{KB} de centres respectifs O , O_1 et O_2 , qui sont obtenus par la construction ci-dessous.

1. En tenant compte des informations résultant du codage de la figure, écrire un programme de construction qui permet de réaliser cette anse de panier à partir du triangle ABH .
2. Construire une anse de panier telle que $AB = 20$ cm et $IH = 6$ cm.

**Exercice n°6****Monopli****5 points**

Une feuille de papier a la forme d'un rectangle $ABCD$ de largeur 21 cm . On plie ce rectangle selon la droite (AF) de façon à amener le point B en un point E du segment $[CD]$; on constate que le triangle EFC est isocèle.

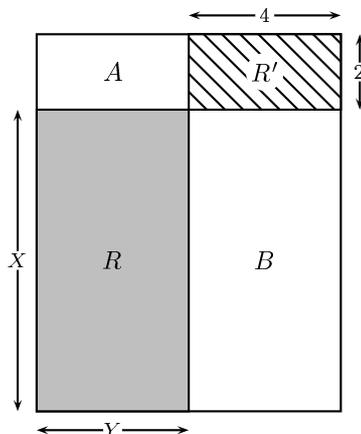
Calculer au millimètre près la longueur de la feuille.

Exercice n°7**Un exercice qui ne manque pas d'R****5 points**

X et Y sont des entiers strictement positifs inférieurs à 15.

Le rectangle R (en gris) a pour dimensions X et Y .

Le rectangle R' (hachuré) a pour dimensions 2 et 4.



1. Déterminer tous les rectangles R dont l'aire est égale à la somme des aires des deux rectangles A et B .
2. Dessiner tous les cas sur une feuille quadrillée à petits carreaux en précisant l'unité choisie.

Exercice n°8**La farandole des + et des -****5 points**

1. Soit $E = 1 \clubsuit 2 \diamond 3 \heartsuit 4 \spadesuit 5$.

En remplaçant \clubsuit , \diamond , \heartsuit et \spadesuit par l'un ou l'autre des symboles $+$ ou $-$, est-ce que E peut être égal à 5? Si oui, écrire toutes les manières de l'obtenir.

2. Quelles sont toutes les valeurs numériques prises par E lorsqu'on remplace \clubsuit , \diamond , \heartsuit et \spadesuit par l'un ou l'autre des symboles $+$ ou $-$?

3. Soit $F = 1 \clubsuit 2 \diamond 3 \heartsuit 4 \spadesuit 5 \nabla 6$.

En remplaçant \clubsuit , \diamond , \heartsuit , \spadesuit et ∇ par l'un ou l'autre des symboles $+$ ou $-$, est-ce que F peut être égal à 12?