MATHEMATIQUES

SUIVI DES ACQUIS

ET

PREPARATION DES ELEVES

AU DNB

Fascicule de présentation : Intentions et méthodologie
Fascicule 1 : Aider des élèves à passer du groupe 0 au groupe 1
Fascicule 2 : Aider des élèves à passer du groupe 1 au groupe 2
Fascicule 3 : Aider des élèves à passer du groupe 2 au groupe 3
Fascicule 4 : Aider des élèves du groupe 3 à progresser notamment sur les items hors échelle

Fascicule 2

« Aider des élèves à passer du groupe 1 au groupe 2 »

SOMMAIRE

En fin de collège, 15% des élèves sont en grande difficulté et 30% rencontrent des difficultés importantes ce qui donne un cumul de 45%. Ces données sont fournies par le HCE et confirmées par l'échelle CEDRE dont les groupes 0, 1 et 2 ont des proportions cumulées également de 45%. Les candidats au DNB classés dans le groupe 0 de notre échelle représentent 9 à 10% et ceux du groupe 1 représentent 32 à 36%. On peut donc conjecturer que le groupe 1 de notre échelle, groupe composé des élèves obtenant une note comprise entre 10 et 19 sur 40, est composé d'une petite partie d'élèves en grande difficulté et d'une majorité d'élèves en difficultés importantes. On notera au passage que ce cumul de 45% représente les élèves en difficulté ou grande difficulté repérés par le HCE et par l'échelle CEDRE mais également les élèves n'obtenant pas la moyenne à l'épreuve de mathématiques du DNB. Il y a donc une très bonne cohérence entre les deux approches, celle du suivi des acquis effectué par la DEPP et celle du suivi du DNB effectuée ici.

Les élèves du groupe 2 représentent 39 à 40% de l'ensemble des candidats. Ils obtiennent la moyenne sur l'épreuve de mathématiques du DNB alors que ceux du groupe 1 ne l'obtiennent pas. On notera deux points importants concernant ce fascicule 2 :

- il s'agit de celui qui s'adresse, et de loin, au plus grand nombre d'élèves puisque les groupes cumulent 71 à 76% de l'effectif total.
- il constitue un enjeu important pour les élèves concernés puisque le passage du groupe 1 au groupe 2 se caractérise par l'obtention de la moyenne sur l'épreuve.

Les items réussis par les élèves du groupe 1 sont au nombre de treize appartenant à quatre champs parmi lesquels on retrouve les deux précédents :

- « Géométrie » où la réussite reste cantonnée à la construction de figures avec cependant une première réussite sur une construction concernant le thème de l'espace.
- « Nombres et calculs » où la réussite se limite à un item de calcul numérique concernant les entiers relatifs.
- « Organisation et gestion de données » où la réussite se poursuit sur le thème de la lecture de graphiques et de tableaux et s'engage sur un premier item concernant le thème statistiques et probabilités.
- Grandeurs et mesures

Les items réussis par les élèves du groupe 2 sont au nombre de vingt-et-un couvrent les quatre champs du programme :

- « Géométrie » où la réussite devient complète sur les constructions et s'étend aux théorèmes fondamentaux, en particulier au plus fréquemment rencontré d'entre eux, le théorème de Pythagore. Les élèves du groupe 2 réussissant les items qui mobilisent les trois tâches classiques liées à ce théorème (calculs de longueurs, reconnaissance d'un triangle rectangle ou non rectangle).
- « Nombres et calculs » où la réussite concernent les entiers relatifs.
- « Organisation et gestion de données » où la réussite se poursuit sur le thème de la lecture de graphiques et de tableaux et s'engage sur un premier item concernant le thème statistiques et probabilités.
- « Grandeurs et mesures » ….

Le travail à proposer aux élèves positionnés dans le groupe 1 à l'issue du brevet blanc peut donc se construire autour de la progression suivante :

1. Vérification de la maîtrise des items réussis par le groupe 1.
2. Diagnostic sur les items réussis par le groupe 2.
3. Travail sur les 4 champs :
   - Géométrie :
     - a. constructions en géométrie plane
     - b. espace
     - c. théorèmes fondamentaux
   - Nombres et calculs :
     - d. calcul numérique
     - e. tests, littéral, problèmes
   - Organisation et gestion de données. Fonctions :
     - f. lecture de tableaux et graphiques
     - g. statistiques et probabilités
     - h. proportionnalité
   - Grandeurs et mesures :
     - i- Durées et vitesses
     - j. périmètres-aires-volumes

1. Vérification de la maîtrise des items réussis par le groupe 1.

Thème constructions :

Construire un triangle connaissant les longueurs des trois côtés (Item 4 – DNB 2009- Réussi à 79% par le groupe 1)

Reproduire une figure (Item 6- DNB 2010- Réussi à 87% par le groupe 1)

Thème espace :

Dessiner en vraie grandeur une face d'un tétraèdre (Item 9- DNB 2010- Réussi à 74% par le groupe 1)

Thème calcul numérique :

Effectuer un calcul sur des entiers relatifs (Item 1- DNB 2010- Réussi à 89% par le groupe 1)

Thème lecture de graphiques et tableaux :

Lire un graphique (lecture d'antécédent) (Item 4- DNB 2010- Réussi à 85% par le groupe1)

Lire un graphique (lecture d'image) (Item 13- DNB 2011- Réussi à 80% par le groupe 1)

Lire un graphique cartésien (lecture d'image) (Item 18- DNB 2012- Réussi à 89 % par le groupe 1)

Interpréter un graphique cartésien (Item 19 – DNB 2012- Réussi à 73 % par le groupe 1)

Lire et exploiter un tableau de données (Item 13 – DNB 2012- Réussi à 91 % par le groupe 1)

Thème statistiques et probabilités :

Evaluer une probabilité (question fermée à trois choix) (Item 11- DNB 2009- Réussi à 66% par le groupe 1)

Raisonner sur des probabilités (question fermée à quatre choix) (Item 2- DNB 2012- Réussi à 77 % par le groupe 1)

Thème périmètres, aires, volumes :

Calculer l'aire d'un carré (Item 7 – DNB 2012- Réussi à 75 % par le groupe 1)

Appliquer la formule du calcul du volume du cône (Item 10- DNB 2012 – Réussi à 79 % par le groupe 1)

Item 4 – DNB 2009 : Construire un triangle connaissant les longueurs des trois côtés
(cet item figure parmi les 6 items nationaux)

Un item très bien réussi, qui vient confirmer, à la suite d'une observation du même type sur l'épreuve de l'an dernier, que la construction de figures géométriques est bien maîtrisée par les candidats.

> L'unité de longueur est le centimètre.
> ABC est un triangle tel que : AB = 16 cm, AC = 14 cm et BC = 8 cm.
>
> 1) a) Tracer en vraie grandeur le triangle ABC sur la copie.

Critère : aucune méthode particulière, aucune trace de construction ne sont imposées. Le candidat doit fournir une figure correcte aux imprécisions usuelles de tracés près

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	122		5	42	52	23
Nb de 9	21		8	9	4	0
Nb de 0	6		2	2	2	0
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	82%		33%	79%	90%	100%
% de 9	14%		53%	17%	7%	0%
% de 0	4%		13%	4%	3%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1 exclu	85%		38%	82%	93%	100%
% de 9 exclu	15%		62%	18%	7%	0%

Commentaire :

La construction est classique, les longueurs en jeu s'expriment en nombres entiers de centimètres. Conformément à ce que l'on pouvait attendre, la réussite est donc très bonne (87% au niveau national) confirmant ainsi que ***la construction de figures géométriques est bien maîtrisée par nos élèves.***

Analyse didactique :

L'unique erreur répertoriée consiste pour les candidats à tracer un triangle rectangle en suivant les lignes du quadrillage.
La question suivante de l'exercice : « le triangle est-il rectangle ? » peut ici avoir joué un rôle incitatif sur cette procédure erronée.
Un problème de format de compas peut également avoir posé des problèmes de réalisation. En effet, certains compas ont un écartement maximum trop faible pour les mesures réclamées dans l'énoncé.

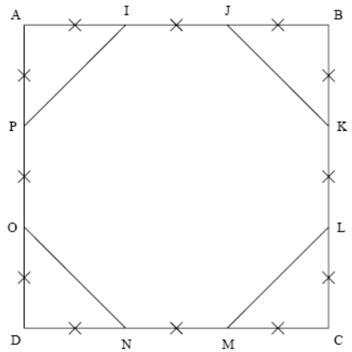
Item 6 – DNB 2010 : Construire une figure

Une construction de figure bien réussie mais qui met en difficulté une majorité des candidats du groupe 0.

Exercice 1

Dans la figure ci-contre :

- ABCD est un carré de côté 9 cm ;
- les segments de même longueur sont codés.



1) Faire une figure en vraie grandeur.

2) a) Calculer JK.

b) L'octogone IJKLMNOP est-il un octogone régulier ? Justifier la réponse.

c) Calculer l'aire de l'octogone IJKLMNOP.

Critère : la figure est exacte aux imprécisions de tracés près.

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	135		6	41	59	29
Nb de 9	9		4	5	0	0
Nb de 0	4		3	1	0	0
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	91%		46%	87%	100%	100%
% de 9	6%		31%	11%	0%	0%
% de 0	3%		23%	2%	0%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1 exclu	94%		60%	89%	100%	100%
% de 9 exclu	6%		40%	11%	0%	0%

<u>Commentaire</u> :

La réussite d'ensemble dépasse 80% comme cela était déjà le cas sur des items de construction géométrique dans le passé. Cet item vient confirmer que la construction de figures géométriques est globalement bien maîtrisée même si on sait que l'usage du rapporteur par exemple peut faire fléchir cette réussite sensiblement (70% de réussite l'an dernier sur la construction d'un triangle ayant un angle de mesure imposée).

<u>Analyse didactique</u> :

Les réponses incomplètes (carré seul) et les erreurs dans la prise d'information (dessin d'un rectangle non carré) sont les seules erreurs, par ailleurs peu fréquentes.

Item 9- DNB 2010 : Dessiner en vraie grandeur une face d'un tétraèdre

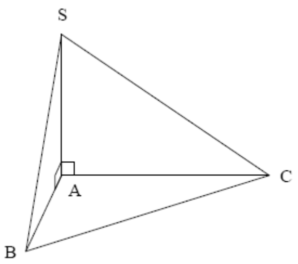
Le groupe 0 est le seul que cette question de géométrie dans l'espace met en difficulté. La grande majorité des candidats interprète donc correctement le dessin en perspective cavalière.

Exercice 2

SABC est une pyramide de base triangulaire ABC telle que :

AB = 2 cm ; AC = 4,8 cm ; BC = 5,2 cm.

La hauteur SA de cette pyramide est 3 cm.



1) Dessiner en vraie grandeur le triangle ABC à partir des deux points B et C donnés sur l'annexe 1.

2) Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier.

Critère : Figure correcte aux imprécisions de tracés près.

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	116		3	35	51	27
Nb de 9	23		4	10	7	2
Nb de 0	9		6	2	1	0
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	78%		23%	74%	86%	93%
% de 9	16%		31%	21%	12%	7%
% de 0	6%		46%	4%	2%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1 exclu	83%		43%	78%	88%	93%
% de 9 exclu	17%		57%	22%	12%	7%

Commentaire :

Cet item de géométrie dans l'espace est très bien réussi. Les candidats ont très majoritairement su distinguer le dessin en perspective de la face ABC et la figure en vraie grandeur de ce triangle. Peut être aussi ont-ils pris l'information sur les longueurs des trois côtés du triangle sans s'interroger plus avant sur l'interprétation de la perspective. Mais au moins, la forme du triangle ABC figurant sur la perspective les a rarement perturbés.

Analyse didactique :

La réussite global qui se situe à 78% est peu différente de celle observée l'an dernier sur la construction d'un triangle connaissant les longueurs des trois côtés qui était de 82%. Par conséquent, le contexte de géométrie dans l'espace ne semble pas avoir déstabilisé les candidats. Ceux qui se laissent abuser et qui reproduisent une forme de triangle semblable à celle du triangle ABC figurant sur la perspective sont très marginaux puisqu'ils ne sont que deux.

Item 1 – DNB 2010 : Effectuer un calcul sur des entiers relatifs
Un item très simple qui isole le groupe 0.

Exercice 1

On considère le programme de calcul ci-dessous :

- choisir un nombre de départ
- multiplier ce nombre par (-2)
- ajouter 5 au produit
- multiplier le résultat par 5
- écrire le résultat obtenu.

1) a) Vérifier que, lorsque le nombre de départ est 2, on obtient 5.
   b) Lorsque le nombre de départ est 3, quel résultat obtient-on ?
2) Quel nombre faut-il choisir au départ pour que le résultat obtenu soit 0 ?
3) Arthur prétend que, pour n'importe quel nombre de départ x, l'expression $(x-5)^2 - x^2$ permet d'obtenir le résultat du programme de calcul.
   A-t-il raison ?

Critère : le candidat doit répondre -5. (Aucune attente concernant la justification)

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	133		4	42	58	29
Nb de 9	12		6	5	1	0
Nb de 0	3		3	0	0	0
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	90%		31%	89%	98%	100%
% de 9	_8%		46%	11%	2%	0%
% de 0	2%		23%	0%	0%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1 exclu	92%		40%	89%	98%	100%
% de 9 exclu	8%		60%	11%	2%	0%

<u>Commentaire</u> :

Les groupes 2, 3 et 4 réussissent très nettement cet item. Le groupe 0 échoue très nettement sur cet item. ***La réussite d'ensemble est très forte mais 8% d'échec et 2% de non réponses ce sont 2 ou 3 élèves par classe de troisième qui ne maîtrisent pas les opérations sur les entiers relatifs.***

<u>Analyse didactique</u> :

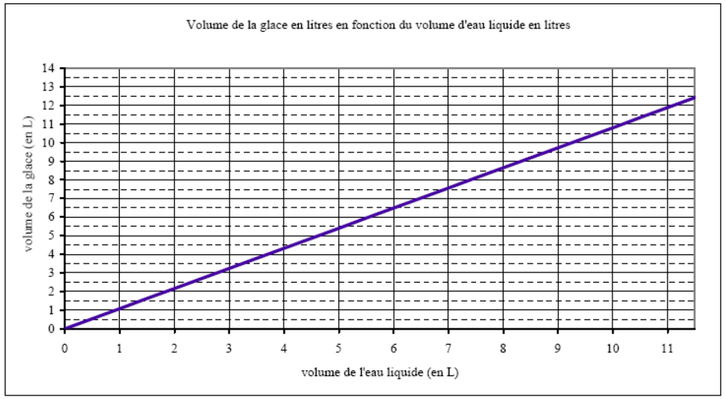
Les erreurs repérées sont du type -6+5=11 ou -11. Ces erreurs révèlent une vraie difficulté qui dépasse l'étourderie et qui renvoie au concept de nombre relatif. L'existence de non réponses spécifiques au groupe 0, alors qu'il s'agit là de la toute première question de l'épreuve, montre que ces opérations sur les relatifs ne font pas sens pour certains élèves. Cela signifie également que les candidats concernés n'ont pas su s'appuyer sur la calculatrice pour effectuer ce calcul.

Item 4 – DNB 2010 : Lire un graphique (lecture inverse)

L'inversion du sens de lecture suffit pour déstabiliser certains élèves et pour mettre en échec le groupe 0.

Exercice 2

L'eau en gelant augmente de volume. Le segment de droite ci-dessous représente le volume de glace (en litres) obtenu à partir d'un volume d'eau liquide (en litres).



1) En utilisant le graphique, répondre aux questions suivantes.

   a) Quel est le volume de glace obtenu à partir de 6 litres de liquide ?

   b) Quel volume d'eau liquide faut-il mettre à geler pour obtenir 10 litres de glace ?

2) Le volume de glace est-il proportionnel au volume d'eau liquide ? Justifier.

3) On admet que 10 litres d'eau donnent 10,8 litres de glace. De quel pourcentage ce volume d'eau augmente-t-il en gelant ?

Critère : Le candidat doit donner une réponse appartenant à l'intervalle]9, 9,4] sans exigence d'unité.

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	126		6	40	51	29
Nb de 9	16		4	5	7	0
Nb de 0	6		3	2	1	0
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	85%		46%	85%	86%	100%
% de 9	11%		31%	11%	12%	0%
% de 0	4%		23%	4%	2%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1 exclu	89%		60%	89%	88%	100%
% de 9 exclu	11%		40%	11%	12%	0%

<u>Commentaire</u> :

La réussite d'ensemble reste à un haut niveau mais le groupe 0 n'est plus en réussite.

<u>Analyse didactique</u> :

Cette question porte sur le même graphique que la précédente qu'elle suit immédiatement dans le texte. C'est donc bien l'inversion du sens de lecture qui crée la difficulté mettant en échec 10% supplémentaires de candidats par rapport à la lecture dans le sens direct.

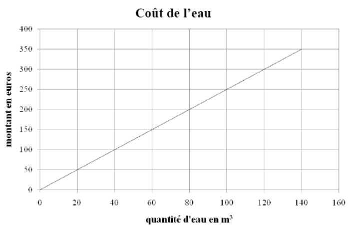
Item 13 - DNB 2011 : lire un graphique
(lecture d'image)

Un item qui confirme la réussite habituelle des candidats sur le thème de la lecture de graphique, ceci en dépit de sa situation en toute fin d'épreuve.

Partie III - Le coût de l'eau

1. Le graphique donné en **ANNEXE**, page 7/7, représente le coût de l'eau en fonction de la quantité consommée.

   a) En utilisant ce graphique, déterminer une valeur approchée du prix payé pour 100 m^3 d'eau.
   Aucune justification n'est demandée.



Critère : le candidat doit fournir le résultat correct : 250 (avec ou sans €).

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	123		5	41	54	23
Nb de 9	4		1	1	2	0
Nb de 0	23		9	9	2	3
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	82%		33%	80%	93%	88%
% de 9	3%		7%	2%	3%	0%
% de 0	15%		60%	18%	3%	12%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1 exclu	97%		83%	98%	96%	100%
% de 9 exclu	3%		17%	2%	4%	0%

Commentaire :

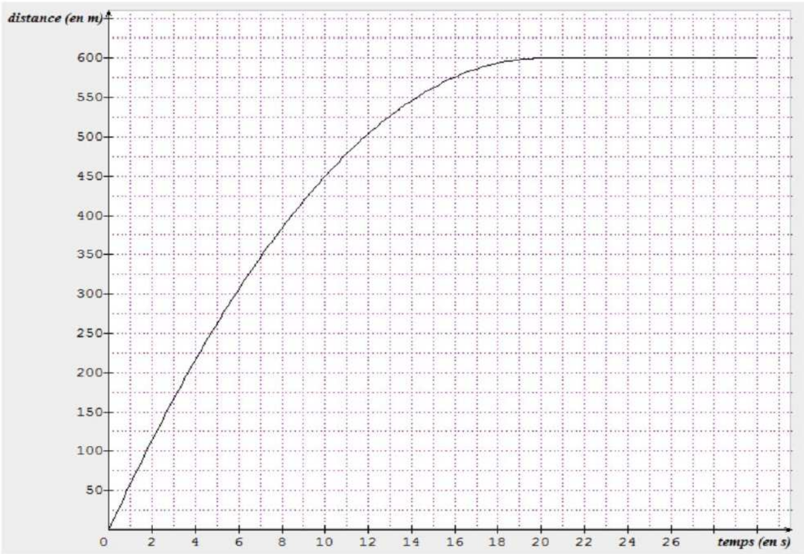
Les résultats indiquent une très bonne réussite s'agissant d'une question figurant dans la dernière partie du problème. Elle confirme la réussite déjà enregistrée sur un tel item en 2010 où la réussite était de 95%.

Analyse didactique :

Si la réussite globale n'est cette fois que de 82% (contre 95% en 2010) l'explication de cette moindre réussite tient très certainement à la situation de cette question qui figure dans la troisième et dernière partie du problème. Le fait que le groupe 0 ne réussisse pas l'item s'explique de la même manière. Les candidats du groupe 0 qui répondent réussissent à 83%. On peut donc considérer que cette lecture d'image est bien maîtrisée par chacun des groupes, y compris le groupe 0. La non réussite de ce groupe dans le cas présent tient en effet non pas à des erreurs qui sont très rares mais à des non réponses qui s'expliquent par une démobilisation des candidats les plus fragiles sur la fin de l'épreuve.

Item 18 – DNB 2012 : Lire un graphique cartésien (lecture d'image)

Bien que situé en troisième partie du problème, cet item est très bien réussi confirmant encore une fois que la lecture de graphiques est un thème qui met les élèves en réussite.



1) Quelle distance l'avion aura-t-il parcourue 10 s après avoir touché le sol ?

Critère : le candidat doit fournir le bon résultat.

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	134		9	45	59	21
Nb de 9	3		2	0	1	0
Nb de 0	13		9	1	3	0
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	89%		45%	98%	94%	100%
% de 9	2%		10%	0%	2%	0%
% de 0	9%		45%	2%	5%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1 exclu	98%		82%	100%	98%	100%
% de 9 exclu	2%		18%	0%	2%	0%

Commentaire :

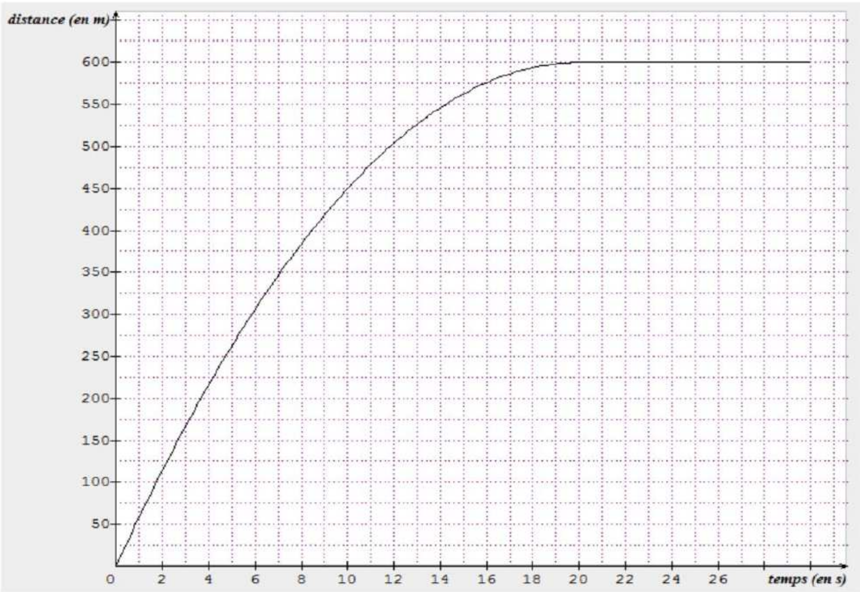
Malgré une position en toute fin de sujet, cet item est très bien réussi et confirme que la lecture de graphiques est un thème qui met les élèves en réussite. Seul le groupe 0, handicapé par une proportion de non réponses importante, n'est pas en réussite.

Analyse didactique :

L'élément le plus marquant est que les candidats sont allés chercher en fin de problème une question qui leur convenait, n'hésitant pas pour cela à délaisser la partie II qui précédait cette question. Un enseignement à tirer pour les enseignants lorsqu'ils bâtissent leurs évaluations : nous savions déjà que des questions élémentaires en début de problème permettent d'assurer l'entrée des élèves dans la situation choisie mais la réussite sur cet item montre que des questions bien choisies en fin de problème permettent d'éviter la démobilisation classique en fin de sujet.

Item 19 – DNB 2012 : Interprèter un graphique

Bien que portant sur les deux dernières questions du sujet cet item est, comme le précédent, très bien réussi. La tâche d'interprétation n'est pourtant pas élémentaire.



2) Expliquer pourquoi au bout de 22 s et au bout de 26 s la distance parcourue depuis le début de l'atterrissage est la même.

3) À partir du moment où les roues touchent le sol, combien de temps met l'avion pour s'arrêter ?

Critère : le candidat doit fournir une réponse correcte à une au moins des deux questions.

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	110		9	31	49	21
Nb de 9	19		2	9	6	0
Nb de 0	21		9	6	8	0
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	73%		45%	67%	78%	100%
% de 9	13%		10%	20%	10%	0%
% de 0	14%		45%	13%	13%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1 exclu	85%		82%	78%	89%	100%
% de 9 exclu	15%		18%	23%	11%	0%

<u>Commentaire</u> :

Comme pour l'item précédent, seul le groupe 0, handicapé par une proportion de non réponses importante, n'est pas en réussite. Bien qu'il s'agisse des deux ultimes questions de l'épreuve, les candidats sont donc majoritairement en réussite, le groupe 3 étant même en réussite totale.

<u>Analyse didactique</u> :

La tâche n'est pas élémentaire, il ne s'agit pas d'une simple lecture mais bien d'une interpréta-tion. La difficulté de l'item est modérée par le fait qu'il porte sur deux questions et que la réussite à une seule des deux suffit à assurer la réussite sur l'item.

Les erreurs sont peu nombreuses. Elles se rattachent à deux types : une confusion entre vitesse constante et arrêt de l'avion d'une part, des réponses confuses et inintelligibles d'autre part. Ce dernier type d'erreur étant à rattacher à un défaut de maîtrise de la capacité à communiquer.

Item 13 – DNB 2012 : Lire et exploiter un tableau de données

Un item très bien réussi qui confirme la réussite habituelle des candidats sur le thème de la lecture de tableaux.

2) Le tableau suivant donne le nombre de passagers qui ont emprunté ce vol pendant la première semaine de mise en service. L'information concernant le mercredi a été perdue.

Jour	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche	**Total**
Nombre de passagers	152	143		164	189	157	163	**1113**

a) Combien de passagers ont emprunté ce vol le mercredi ?

Critère : Le code 1 est attribué pour un résultat correct ou un calcul cohérent (même en cas d'erreur dans l'addition ou la soustraction)

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	137		10	44	62	21
Nb de 9	4		2	2	0	0
Nb de 0	9		8	0	1	0
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	91%		50%	96%	98%	100%
% de 9	3%		10%	4%	0%	0%
% de 0	6%		40%	0%	2%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1 exclu	97%		83%	96%	100%	100%
% de 9 exclu	3%		17%	4%	0%	0%

<u>Commentaire</u> :

Trois des quatre groupes réussissent parfaitement cet item. Seul le groupe 0, avec un élève sur deux seulement en réussite, est à la peine. Il s'agit davantage de non réponses que d'erreurs sans qu'on puisse incriminer la place de la question dans le sujet car la proportion de non réponses est régulièrement à ce niveau au sein du groupe 0.

<u>Analyse didactique</u> :

La lecture de tableaux, même si comme ici elle s'accompagne d'un traitement supplémentaire de l'information relevée, fait partie des thèmes qui permettent de mettre en réussite un maximum d'élèves. Les erreurs sont donc très peu nombreuses. Elles se limitent à quelques élèves qui ont calculé le nombre manquant en utilisant une moyenne. Ces candidats ont alors divisé l'effectif total 1113 par 6 ou par 7 selon les cas, en suivant une idée implicite d'équirépartition inappropriée dans le cas présent.

Item 11 – DNB 2009 : Evaluer une probabilité (question fermée à trois choix)
(cet item figure parmi les 6 items nationaux)

Un item peu discriminant, traité par tous les candidats, globalement bien réussi mais présentant un fort taux résiduel d'erreur y compris parmi les candidats en grande réussite.

Trois personnes, Aline, Bernard et Claude ont chacune un sac contenant des billes.
Chacune tire au hasard une bille de son sac.
Le contenu des sacs est le suivant

Sac d'Aline :	Sac de Bernard :	Sac de Claude :
5 billes rouges	10 billes rouges et 30 billes noires	100 billes rouges et 3 billes noires

Laquelle de ces personnes a la probabilité la plus grande de tirer une bille rouge ?

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	106		9	35	43	19
Nb de 9	39		5	17	13	4
Nb de 0	4		1	1	2	0
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	71%		60%	66%	74%	83%
% de 9	26%		33%	32%	22%	17%
% de 0	3%		7%	2%	3%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1	73%		64%	67%	77%	83%
% de 9	27%		36%	33%	23%	17%

Commentaire :

La réussite est bonne avec 71% pour l'ensemble et un taux s'échelonnant de 60 à 83% selon les groupes. Les non réponses sont rares ce qui est une caractéristique habituelle des QCM sans points négatifs. L'item apparaît peu discriminant dans les pourcentages de réussite mais ce sont surtout les 17% d'erreurs qui subsistent encore dans la catégorie 3 qui apparaissent marquants. ***Ils mettent clairement en évidence que l'approche intuitive de la notion de probabilité reste à consolider y compris pour une part non négligeable des élèves les plus solides en mathématiques.***

Analyse didactique :

Les réponses fausses indiquent toutes « Claude » c'est à dire la réponse correspondant à l'effectif de boules rouges maximal. Cette erreur, conforme au pronostic qu'on pouvait émettre *a priori*, consiste donc en une confusion entre effectif et fréquence.

Item 2 – DNB 2012 : Raisonner sur les probabilités

Un item, en lien avec le précédent, qui est cette fois discriminant et qui met en difficulté la moitié du groupe 0.

2) S'il y a quatre portes au lieu de trois et toujours une seule voiture à gagner, comment évolue la probabilité qu'a Alice de gagner la voiture ?

a. augmente b. diminue c. reste identique d. On ne peut pas savoir

Critère : le candidat doit cocher la bonne réponse.

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	115		10	32	54	19
Nb de 9	25		6	10	7	2
Nb de 0	10		4	4	2	0
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	77%		50%	70%	86%	90%
% de 9	17%		30%	22%	11%	10%
% de 0	7%		20%	9%	3%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1 exclu	82%		63%	76%	89%	90%
% de 9 exclu	18%		38%	24%	11%	10%

Commentaire :

La réussite reste bonne, confirmant le résultat observé sur l'item précédent mais un élève sur six produit cette fois une réponse fausse.

Analyse didactique :

S'agissant d'une question à choix multiple les copies ne comportent pas d'éléments explicatifs des stratégies des candidats. Les erreurs se répartissent à parts égales entre « Augmente » et « Reste identique » alors qu'aucun candidat ne choisit « On ne peut pas savoir ». Dans les deux cas, on peut soupçonner que le candidat ne maîtrisant pas le fond de la question s'est laissé porter par un indice de contexte : le nombre de portes augmente ce qui peut l'inciter à cocher « Augmente », le nombre de voiture à gagner ne change pas ce qui peut l'inciter à cocher « Reste identique ».

Nous retiendrons que plus des trois quarts des candidats ont réussi ces deux premiers items portant sur le thème des probabilités, un thème qui apparait donc comme favorable pour une gestion positive de l'hétérogénéité dans la classe.

Item 7- DNB 2012 : Calculer l'aire d'un carré

Un item élémentaire mais dont la bonne réussite, obtenue dès le groupe 1, constitue une amélioration sensible par rapport aux items analogues des années antérieures.

> **1)** Dans cette question on suppose que : AB = 40 cm
> **a)** Calculer l'aire du carré ABCD.

Critère : Le code 1 est attribué pour une démarche correcte consistant à calculer le carré du côté. Les erreurs de longueurs, de calcul et d'unités ne sont pas prises en compte.

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	113		6	31	55	21
Nb de 9	26		9	10	7	0
Nb de 0	11		5	5	1	0
Code 1 : démarche correcte ; code 9 :démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	75%		30%	67%	87%	100%
% de 9	17%		45%	22%	11%	0%
% de 0	7%		25%	11%	2%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1 exclu	81%		40%	76%	89%	100%
% de 9 exclu	19%		60%	24%	11%	0%

<u>Commentaire</u> :

Bien qu'élémentaire et produisant une bonne réussite d'ensemble, l'item se révèle très discriminant. Le groupe 3 est en réussite totale mais dans le groupe 0 c'est moins d'un élève sur trois qui réussit. Comparativement aux autres items de calculs d'aires rencontrés au cours des années précédentes, qui n'étaient réussis qu'à partir des groupes 2 ou 3, la réussite des candidats apparait en progrès sensibles.

<u>Analyse didactique</u> :

On retrouve l'erreur classique de confusion avec le périmètre (10 occurrences) ainsi qu'une erreur du type $(\text{côté})^4$ (4 occcurrences).

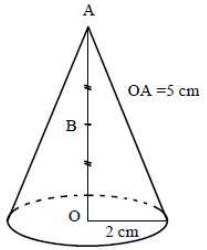
Parmi les 113 réussites observées il s'en trouve 31 pour lesquelles le résultat est donné sans unité, une quinzaine pour lesquelles le résultat est donné en cm et une où le résultat est donné en cm^3. Inattention ou problème plus profond ? Cette désinvolture vis-à-vis des unités jette un doute sur la maîtrise du concept d'aire qu'ont certains des candidats en réussite sur l'item.

Item 10 – DNB 2012 : Appliquer la formule de calcul du volume du cône.

Un item globalement bien réussi, à 79%, mais qui isole totalement le groupe 0 dont l'échec manifeste tranche avec la forte réussite des trois autres groupes.

Exercice 2

On considère un cône de révolution de hauteur 5 cm et dont la base a pour rayon 2 cm. Le point A est le sommet du cône et O le centre de sa base. B est le milieu de [AO].



1) Calculer le volume du cône en cm^3. On arrondira à l'unité.
On rappelle que la formule est : $V = \dfrac{\pi R^2 h}{3}$
où h désigne la hauteur et R le rayon de la base.

Critère : Le candidat doit substituer avec des valeurs cohérentes (√21 ou 4,1 sont acceptés pour *h)*. Les erreurs de calcul numérique ne sont pas prises en compte mais la conduite du calcul doit être cohérente (notamment le carré doit être bien interprété).

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	119		3	36	60	20
Nb de 9	10		3	3	3	1
Nb de 0	21		14	7	0	0
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	79%		15%	78%	95%	95%
% de 9	7%		15%	7%	5%	5%
% de 0	14%		70%	15%	0%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1 exclu	92%		50%	92%	95%	95%
% de 9 exclu	8%		50%	8%	5%	5%

<u>Commentaire</u> :

Un item analogue « Appliquer la formule de calcul du volume d'un tétraèdre » avait conduit en 2010 à une très faible réussite de 26%. Cette fois, la réussite apparait donc en progrès importants.

L'observation marquante est que dans cette bonne réussite globale de l'échantillon, le groupe 0 apparait très isolé dans un échec massif.

<u>Analyse didactique</u> :

Cet item apparait comme un marqueur du groupe 0. Les candidats de ce groupe sont largement en échec, 70% d'entre eux n'abordant pas la question alors que les trois autres groupes sont en grande réussite. Il semble donc que la complexité apparente de la formule les rebute.

2. Diagnostic sur les items réussis par le groupe 2.

Thème espace :

Dessiner un pavé droit en perspective cavalière (Item 7- DNB 2011- Réussi à 49 % par le groupe 1)

Thème théorèmes fondamentaux :

Justifier qu'un triangle n'est pas rectangle avec le théorème de Pythagore (Item 5- DNB 2009 – Item réussi à 30% par le groupe 1)

Démontrer qu'un triangle est rectangle avec le théorème de Pythagore (Item 8- DNB 2009 – Réussi à 42% par le groupe 1)
Calculer une mesure d'angle dans un triangle rectangle isocèle (Item 5 - DNB 2011- Réussi à 45% par le groupe 1)

Calculer une longueur avec le théorème de Pythagore (Item 7 – DNB 2010- Réussi à 45% par le groupe 1)

Mobiliser correctement un théorème de géométrie (Pythagore ou Thalès) (Item 11 – DNB 2012- Réussi à 52 %)

Thème constructions :

Tracer le cercle circonscrit à un triangle rectangle (Item 6- DNB 2011- Réussi à 45% par le groupe 1)

Construire une figure comportant une mesure d'angle à respecter (Item 7- DNB 2009- Réussi à 60% par le groupe 1)

Thème tests, littéral, problèmes :

Résoudre un problème du premier degré (Item 2- DNB 2010 – Réussi à 38% par le groupe 1)

Substituer dans une expression littérale complexe (Item 6- DNB 2009- Réussi à 49% par le groupe 1)

Déterminer si un nombre est solution ou non d'une équation (Item 6 – DNB 2012 – Réussi à 26 % par le groupe 1)

Thème calcul numérique :

Effectuer un calcul complexe sur des entiers et des décimaux simples (Item 1- DNB 2009 – Réussi à 53% par le groupe 1)

Thème proportionnalité :

Résoudre un problème simple de proportionnalité (Item 10 – DNB 2011- Réussi à 63% par le groupe 1)

Traiter les unités de temps dans un problème reliant temps et distance (Item 5 – DNB 2012 – Réussi à 33 % par le groupe 1)

Thème statistiques et probabilités :

Déterminer une fréquence (Item 1- DNB 2011- Réussi à 53 % par le groupe 1)
Calculer une moyenne (Item 11- DNB 2011- Réussi à 51% par le groupe 1)
Calculer une moyenne (Item 14 – DNB 2012 – Réussi à 52 % par le groupe 1)

Périmètres, aire, volumes :

Calculer l'aire d'une face d'un parallélépipède rectangle en contexte (Item12 – DNB 2010 – Réussi à 30% par le groupe 1)

Calculer l'aire d'une face d'un parallélépipède rectangle (Item 12 – DNB 2011- Réussi par 29% du groupe 1)

Calculer l'aire d'un rectangle (Item 8 – DNB 2012 – réussi à 57 % par le groupe 1)

Thème Durées et Vitesses :

Calculer une durée comprise entre deux instants donnés (Item 12 – DNB 2012 – Réussi à 54 % par le groupe 1)

Item 7 – 2011 : Dessiner un pavé droit en perspective cavalière

Encore une construction assez bien réussie mais à nouveau très discriminante et toujours avec une majorité de candidats des groupes 0 et 1 qui échouent.

Exercice 2

1. Dessiner un pavé droit en perspective cavalière.

Critère : Le dessin doit être correct sans exigence d'angle des fuyantes ni de représentation des arêtes cachées.

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	93		5	25	38	25
Nb de 9	29		2	15	11	1
Nb de 0	28		8	11	9	0
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	62%		33%	49%	66%	96%
% de 9	19%		13%	29%	19%	4%
% de 0	19%		53%	22%	16%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1 exclu	76%		71%	63%	78%	96%
% de 9 exclu	24%		29%	38%	22%	4%

Commentaire :

La question était très ouverte, sans aucune contrainte de dimensions. Au vu de ces conditions, le nombre de non réponses apparaît assez élevé.

La confusion avec le dessin du patron n'apparaît qu'à trois reprises. Les 29 erreurs se dispersent sur des dessins divers : parallélogramme, rectangle, cylindre, cône, perspective à point de fuite, un trapèze, une maison, une tente …

Analyse didactique :

Un item de plus touchant à une connaissance de base, abordée dès la classe de sixième, et qui pose problème à plus d'un candidat sur trois. La préparation de ces élèves au brevet, mais également leur formation dans le cadre du socle, passe par une consolidation de ces connaissances de base.

Item 5 – DNB 2009 : Justifier qu'un triangle n'est pas rectangle avec le théorème de Pythagore

Un item très discriminant qu'aucun candidat du groupe 0 ne réussit alors que tous les candidats du groupe 3 le réussissent.

ABC est un triangle tel que : AB = 16 cm, AC = 14 cm et BC = 8 cm.
1) b) Le triangle ABC est-il rectangle ? Justifier.

Critère : raisonnement correct sans exigence sur sa formalisation (évaluation de la capacité C3 (raisonnement) abstraction faite dans la mesure du possible de la capacité C4 (communiquer))

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	85		0	16	45	23
Nb de 9	45		8	29	8	0
Nb de 0	19		7	8	4	0
Code 1 :démarche correcte ; code 9 :démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	57%		0%	30%	79%	100%
% de 9	30%		53%	55%	14%	0%
% de 0	13%		47%	15%	7%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1 exclu	65%		0%	36%	85%	100%
% de 9 exclu	35%		100%	64%	15%	0%

Commentaire :

Pour cet item qui se situe au cœur des programmes et du travail classiquement conduit dans les classes du collège, nous observons une très forte hétérogénéité des acquis. La réussite n'est que de 57% ce qui est peu, même en tenant compte du fait que la réponse négative concernant une figure pour laquelle la réponse n'est pas visuellement évidente peut avoir joué un rôle défavorable sur cette réussite. Cet item est à rapprocher de l'item 8 où la question posée est la même mais avec cette fois une réponse positive.

Analyse didactique :

L'erreur principale apparaissant dans cet item est liée au manque de développement du raisonnement géométrique chez certains candidats restés au stade de la géométrie instrumentée ou perceptive. Le fait d'avoir construit la figure au préalable a peut être renforcé cette approche. On trouve dans ces copies des marqueurs incontestables de cette erreur : « On observe que … » , « On remarque que … » ainsi que des affirmations au statut plus incertain comme « Le triangle n'est pas rectangle car il n'a pas d'angle droit. » Dans ce dernier cas, le recours à l'observation ou à la mesure n'est pas explicite mais l'affirmation posée sans aucune justification laisse penser que le candidat n'est pas dans la géométrie déductive.
Une autre difficulté est liée au fait que, le triangle n'étant pas rectangle, il faut prouver qu'une égalité est fausse. La notion d'équivalence logique n'étant pas disponible à ce stade de la scolarité, les candidats, en dépit d'une situation classique et travaillée en classe, rencontrent des difficultés pour produire une rédaction correcte. Cette difficulté est davantage à prendre en compte dans le cadre de la maîtrise de la capacité C4 (communiquer à l'aide d'un langage adapté). Elle devrait trouver une solution avec la réécriture du théorème de Pythagore en tant que test de rectangularité du triangle dans la dernière version du programme de la classe de quatrième.

Item 8 – DNB 2009 : Démontrer qu'un triangle est rectangle avec le théorème de Pythagore

Cet item vient confirmer les résultats obtenus sur l'item 5 : la maîtrise du théorème de Pythagore apparaît comme un critère très discriminant entre les différents groupes de candidats.

On considère un triangle ABC tel que :
AB = 17,5 cm ; BC = 14 cm ; AC = 10,5 cm.
1) Démontrer que le triangle ABC est rectangle en C.

Critère : raisonnement correct sans exigence sur sa formalisation (évaluation de la capacité C3 (raisonnement) abstraction faite dans la mesure du possible de la capacité C4 (communiquer))

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	93		0	22	48	22
Nb de 9	27		7	17	3	0
Nb de 0	29		8	14	6	1
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	62%		0%	42%	84%	96%
% de 9	18%		47%	32%	5%	0%
% de 0	19%		53%	26%	11%	4%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1 exclu	78%		0%	56%	94%	100%
% de 9 exclu	23%		100%	44%	6%	0%

Commentaire :

La réussite est légèrement meilleure que sur l'item 5 mais, à 62%, elle reste décevante s'agissant d'une question aussi fortement travaillée au collège. Le caractère très discrimant de la maîtrise du théorème de Pythagore se confirme. ***A nouveau, et comme sur l'item 5, aucun candidat du groupe 0 ne réussit cet item*** alors que dans le groupe 3 la réussite approche les 100%.

Analyse didactique :

On retrouve sur cet item une confirmation des observations effectuées sur l'item S5. Notamment on retrouve le recours à la géométrie perceptive ou instrumentée. Cependant, les candidats des groupes 1 et 2 s'abstiennent plus souvent de répondre que sur l'item S5. On peut émettre l'hypothèse qu'ils manquent de ressources et que, contrairement à l'item S5, la construction de la figure n'étant pas demandée, ils sont moins tentés de répondre en appui sur cette figure par observation ou par mesure.
Quelques erreurs plus marginales apparaissent sur le choix du théorème à utiliser (Thalès ou encore la somme des angles d'un triangle apparaissent). Comme sur l'item 5, mais en proportion nettement moins importante dans cette situation plus classique et plus simple ici, on retrouve également quelques difficultés à organiser la rédaction en vue d'établir l'égalité de Pythagore.

Item 5 – DNB 2011 : Déterminer une mesure d’angle dans un triangle rectangle isocèle

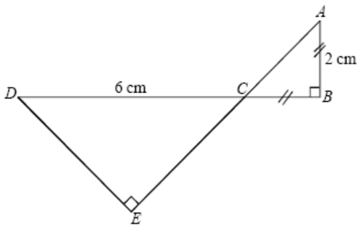
Une question classique, concernant une figure de base de la géométrie plane, qui se révèle néanmoins très discriminante et globalement médiocrement réussie.

Exercice 1

Le dessin ci-contre représente une figure géométrique dans laquelle on sait que :

- ABC est un triangle rectangle en B.
- CED est un triangle rectangle en E.
- Les points A, C et E sont alignés.
- Les points D, C et B sont alignés.
- $AB = CB = 2$ cm.
- $CD = 6$ cm.

Le dessin n’est pas en vraie grandeur.



2. a) Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$?

Critère : Le candidat doit répondre 45°, aucune justification n’est attendue.

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	94		3	23	44	24
Nb de 9	37		7	18	11	1
Nb de 0	19		5	10	3	1
Code 1 :démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	63%		20%	45%	76%	92%
% de 9	25%		47%	35%	19%	4%
% de 0	13%		33%	20%	5%	4%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n’ayant pas abordé la question						
% de 1 exclu	72%		30%	56%	80%	96%
% de 9 exclu	28%		70%	44%	20%	4%

Commentaire :

Le fait que le triangle utile soit rectangle et isocèle a été très peu utilisé directement : par 35 candidats seulement sur les 150 de l’échantillon. Les élèves ont-ils reconnu ce qui est tout de même une figure de base très fréquemment rencontrée tout au long du collège ?
Toujours est-il, qu’ils ont très majoritairement recouru à des démarches beaucoup plus complexes utilisant des connaissances de troisième. En particulier la trigonométrie a été utilisée par 57 d’entre eux. Ce délaissement d’une procédure simple, relevant de la classe de cinquième, au profit de procédures plus complexes relevant du programme de l’année, constitue un phénomène d’enseignement fréquent (effet de contrat).

Les procédures (conduisant à des résultats justes, faux ou n’aboutissant pas)

Trigonométrie (tan)	Pythagore + trigonométrie (sin ou cos)	(180-90) :2	Triangle rectangle isocèle sans calcul	Mesure ou sans justif
47	10	28	7	25

Deux candidats ont utilisé la propriété de Thalès alors que les conditions nécessaires pour cela n’étaient pas réunies. Les égalités de quotients écrites étaient de toute façon fausses. (alors qu’elles auraient pu être justes en utilisant les deux triangles de même forme …)

Analyse didactique :

Cet item doit inciter, en appui sur la philosophie du socle commun, à réinvestir toujours davantage les acquis des années antérieures au sein de la classe, en n’hésitant pas, sur une question donnée, à lister de façon exhaustive les procédures possibles.

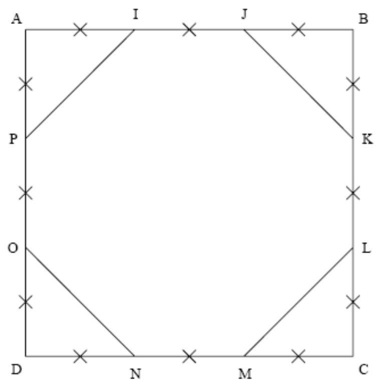
Item 7 – DNB 2010 : Calculer une longueur avec le théorème de Pythagore

Deux candidats sur trois réussissent cet item très classique ce qui est conforme aux observations réalisées sur les années précédentes. Le groupe 0 est cependant en très grande difficulté pour traiter cette question.

Exercice 1

Dans la figure ci-contre :

- ABCD est un carré de côté 9 cm ;
- les segments de même longueur sont codés.



1) Faire une figure en vraie grandeur.

2) a) Calculer JK.

b) L'octogone IJKLMNOP est-il un octogone régulier ? Justifier la réponse.

c) Calculer l'aire de l'octogone IJKLMNOP.

Critère : Toute valeur exacte (√18 ou 3√2) ou approchée pertinente est acceptée.

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	98		1	21	48	28
Nb de 9	31		7	15	8	1
Nb de 0	19		5	11	3	0
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	66%		8%	45%	81%	97%
% de 9	21%		54%	32%	14%	3%
% de 0	13%		38%	23%	5%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1	76%		13%	58%	86%	97%
% de 9	24%		88%	42%	14%	3%

Commentaire :

Deux items étudiés l'an dernier avaient fait apparaitre une réussite voisine de 60% sur la reconnaissance d'un triangle, rectangle dans un cas, non rectangle dans l'autre cas, à l'aide du théorème de Pythagore. La réussite observée ici dans l'utilisation du même théorème pour calculer une longueur se situe donc à un niveau un peu supérieur et conforme aux attentes. Il reste que moins d'un élève sur deux du groupe 1 réussit cet item et que le groupe 0 se trouve en échec massif.

Analyse didactique :

Sans surprise également, les erreurs les plus présentes et les plus significatives sont, comme l'an dernier, celles qui sont la manifestation de candidats restés au stade de la géométrie mesurée. Ces réponses apparaissent ici sous la forme d'un résultat affirmé sans trace de calcul et le plus souvent manifestement mesuré sur la figure.

Autre erreur attendue également, dans le registre algébrique cette fois, un défaut de maîtrise de la racine carrée. La passage du carré au nombre cherché s'effectuant dans ce type d'erreur à l'aide une division par deux.

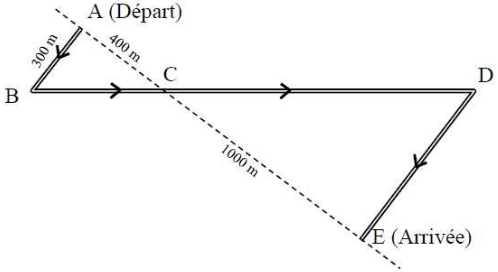
Le dernier type d'erreur tient davantage au contexte de la situation, certains candidats donnant la réponse 3 qui semble indiquer soit une confusion dans l'identification des côtés soit une confusion entre triangle rectangle isocèle et triangle équilatéral.

Item 11 – DNB 2012 : Mobiliser correctement un théorème de géométrie (Pythagore ou Thalès)

Item national N°4

Encore un item concernant une capacité de base du socle commun, qui s'avère fortement discriminant mais globalement assez bien réussi. Surtout si on prend en compte le fait qu'il se situe au sein du problème, partie de l'épreuve peu abordée par certains candidats.

Des élèves participent à une course à pied.
Avant l'épreuve, un plan leur a été remis.
Il est représenté par la figure ci-contre.



On convient que :

- Les droites (AE) et (BD) se coupent en C.
- Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
- ABC est un triangle rectangle en A.

Calculer la longueur réelle du parcours ABCDE.

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Critère : Pour au moins un des deux théorèmes, le candidat doit reconnaître la configuration et appliquer correctement le théorème choisi aux erreurs de calcul près.

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	106		1	24	60	21
Nb de 9	21		6	13	2	0
Nb de 0	23		13	9	1	0
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	71%		5%	52%	95%	100%
% de 9	14%		30%	28%	3%	0%
% de 0	15%		65%	20%	2%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1 exclu	83%		14%	65%	97%	100%
% de 9 exclu	17%		86%	35%	3%	0%

<u>Commentaire</u> :

Deux groupes sont en grande réussite sur la mobilisation de ces deux théorèmes phares de la géométrie du collège. En revanche, le groupe 1, mais surtout le groupe 0, souffrent d'une difficulté identifiée dans les sessions précédentes et dans les évaluations CEDRE. Il s'agit du non accès à la géométrie déductive du collège, CEDRE ayant notamment mesuré que 15% des élèves en fin de troisième en sont restés à une approche perceptive ou mesurée de la géométrie. Ainsi les deux tiers des élèves du groupe 0 n'abordent pas la question.

<u>Analyse didactique</u> :

L'item recherche si les candidats pensent à mobiliser au moins un des deux théorèmes. Si on regarde comment chacun de ces deux théorèmes est mobilisé ou non on retrouve classiquement une maîtrise du théorème de Pythagore meilleure que celle du théorème de Thalès. Ce sont 63% des candidats qui mobilisent correctement le théorème de Pythagore, ce qui confirme parfaitement les taux de réussite déjà rencontrés sur ce point précis dans les sessions précédentes. Pour le théorème de Thalès, la mobilisation correcte est observée chez 53% des candidats ce qui est plus que ce qui était apparu dans un item de la session 2010 où seulement 34% des candidats avaient su calculer une longueur avec la propriété de Thalès.

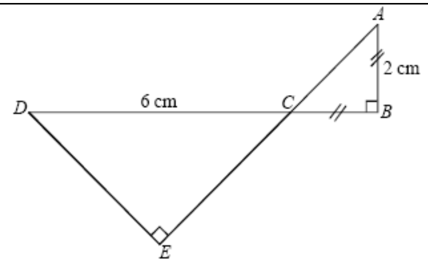
Item 6 - DNB 2011 : Tracer le cercle circonscrit à un triangle rectangle

Une construction assez bien réussie mais néanmoins très discriminante et pour laquelle la majorité des candidats des groupes 0 et 1 échouent.

Exercice 1

Le dessin ci-contre représente une figure géométrique dans laquelle on sait que :

- ABC est un triangle rectangle en B.
- CED est un triangle rectangle en E.
- Les points A, C et E sont alignés.
- Les points D, C et B sont alignés.
- $AB = CB = 2$ cm.
- $CD = 6$ cm.



Le dessin n'est pas en vraie grandeur.

4. Où se situe le centre du cercle circonscrit au triangle DCE ? Tracer ce cercle, que l'on notera $\mathcal{C}$, puis tracer $\mathcal{C}'$ le cercle circonscrit au triangle ABC.

Critère : Tracé correct aux imprécisions près pour au moins un des deux cercles.

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	95		4	23	43	25
Nb de 9	21		2	12	6	1
Nb de 0	34		9	16	9	0
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	63%		27%	45%	74%	96%
% de 9	14%		13%	24%	10%	4%
% de 0	23%		60%	31%	16%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1 exclu	82%		67%	66%	88%	96%
% de 9 exclu	18%		33%	34%	12%	4%

Commentaire :

Le nombre élevé de non réponses, 23% des candidats, apparaît surprenant s'agissant d'une question concernant un tracé classique sur une figure de géométrie plane, qui amène habituellement une bonne réussite. Ce tracé abordé dès la classe de cinquième et demandé ici sur un triangle rectangle simplifie pourtant la tâche des candidats. Rappelons que la réussite est accordée au seul vu d'un tracé correct sans exigence de justification ni de trace de construction.

Analyse didactique :

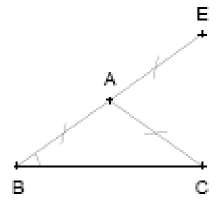
Cet item vient nous rappeler, une fois de plus, que les candidats au DNB sont souvent en difficulté sur des questions simples, concernant des notions éventuellement abordées depuis plusieurs années. Le professeur de troisième doit donc se montrer vigilant sur ces questions, pour une part importante de ses élèves, dans son enseignement et dans la préparation au DNB.

Item 7 – DNB 2009 : Construire une figure comportant une mesure d’angle à respecter

Deux élèves sur trois en moyenne réussissent cet item. C’est une proportion encore honorable mais nettement inférieure à celles obtenues assez souvent sur des constructions géométriques. Comme on pouvait s’y attendre, c’est bien la mesure de l’angle à respecter qui a constitué la source d’erreur principale.

Dans cet exercice, on étudie la figure ci-contre où :

- ABC est un triangle isocèle tel que AB = AC = 4 cm.
- E est le symétrique de B par rapport à A.



Partie 1 : On se place dans le cas particulier où la mesure de $\widehat{ABC}$ est 43°.

1) Construire la figure en vraie grandeur.

Critère : aucune méthode particulière, aucune trace de construction ne sont imposées. Le candidat doit fournir une figure correcte aux imprécisions usuelles de tracés près

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	104		3	32	46	22
Nb de 9	31		9	12	9	1
Nb de 0	14		3	9	2	0
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	70%		20%	60%	81%	96%
% de 9	21%		60%	23%	16%	4%
% de 0	9%		20%	17%	4%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n’ayant pas abordé la question						
% de 1 exclu	77%		25%	73%	84%	96%
% de 9 exclu	23%		75%	27%	16%	4%

Commentaire :

Par rapport à l’item S4 qui consistait à construire un triangle connaissant les longueurs de ses trois côtés, la réussite baisse de 13% en affectant principalement les groupes 0 et 1. On notera cependant que près d’un candidat sur cinq du groupe 2 est lui aussi en difficulté sur cette construction. ***La compétence de construction de figures géométriques, généralement constatée comme étant bien établie, montre donc ici certaines limites dans le domaine de la mesure des angles.***

Analyse didactique :

Les erreurs constatées tiennent pour l’essentiel à la mesure de l’angle. C’est donc bien l’usage du rapporteur qui est à conforter chez les élèves.

Item 2 – DNB 2010 : Résoudre un problème du premier degré
(cet item figure parmi les 6 items nationaux)

Un item, en lien avec le précédent, qui met cette fois en difficulté deux des quatre groupes, pour une réussite d'ensemble qui reste cependant assez bonne à 64%.

Exercice 1

On considère le programme de calcul ci-dessous :

- choisir un nombre de départ
- multiplier ce nombre par (-2)
- ajouter 5 au produit
- multiplier le résultat par 5
- écrire le résultat obtenu.

1) a) Vérifier que, lorsque le nombre de départ est 2, on obtient 5.
b) Lorsque le nombre de départ est 3, quel résultat obtient-on ?

2) Quel nombre faut-il choisir au départ pour que le résultat obtenu soit 0 ?

3) Arthur prétend que, pour n'importe quel nombre de départ x, l'expression $(x-5)^2 - x^2$ permet d'obtenir le résultat du programme de calcul.
A-t-il raison ?

Critère : Le candidat doit fournir la réponse 2,5. Aucune justification n'est attendue ici.

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	95		1	18	48	28
Nb de 9	21		5	11	4	1
Nb de 0	32		7	18	7	0
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non						
% de 1	64%		8%	38%	81%	97%
% de 9	14%		38%	23%	7%	3%
% de 0	22%		54%	38%	12%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la						
% de 1 exclu	82%		17%	62%	92%	97%
% de 9 exclu	18%		83%	38%	8%	3%

Commentaire :

La réussite d'ensemble qui se situe à 64% est satisfaisante mais on n'oubliera pas que sur cet item la réussite nationale n'est que de 49%. Par conséquent, les conclusions ou les hypothèses faites ici ne sont pas facilement généralisables. L'item est fortement discriminant, la réussite s'élevant très fortement du groupe 0 au groupe 3. On notera également que les candidats des différents groupes ne recourrent pas aux mêmes procédures pour traiter le problème.

Analyse didactique :

Trois procédures ont été utilisées par les candidats. Par ordre d'expertise mathématique croissante, ce sont :

- Procédure A : procédure « naive » d'essai-erreur qui apparait dans la copie soit sans trace de calcul soit avec une vérification du résultat.

- Procédure B : procédure arithmétique consistant à remonter le programme.

- Procédure C : procédure algébrique consistant à mettre le problème en équation puis à résoudre cette équation : $(-2x+5)\times5=0$.

On notera qu'aucun candidat n'a employé la procédure, peu naturelle il est vrai, consistant à utiliser l'expression algébrique donnée dans la question suivante, ce qui aurait pu conduire à résoudre l'équation : $(x-5)^2-x^2=0$.

Les trois procédures utilisées par les candidats sont, comme on pouvait s'y attendre, fortement liées au groupe auquel ils appartiennent :

Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Echec. Aucune procédure disponible.	Réussite à 38% très majoritairement par la procédure A.	Forte réussite essentiellement par les procédures A et B mais procédure C présente.	Très forte réussite majoritairement par la procédure C.

Tableau récapitulatif : Nombre d'élèves de chaque groupe ayant réussi l'item par procédure

Procédure	A (naive)	B (arithmétique)	C (algébrique)
Groupe 0	1	0	0
Groupe 1	15	3	0
Groupe 2	22	17	9
Groupe 3	3	5	22
Ensemble	41	25	31

Quelques conséquences pour l'enseignement

La réussite moyenne d'une classe de troisième de 25 élèves est donc donnée pour cet item par le tableau suivant :

Type de réussite	Echec	Procédure A	Procédure B	Procédure C
Effectif	9 (dont 2 ou 3 ne savent pas faire fonctionner le programme)	7	4	5

Ce tableau met en lumière la grande hétérogénéité du public que le professeur a dans sa classe dans le cas où il décide de faire travailler ses élèves sur ce type de situation. Les quatre groupes d'élèves qui apparaissent dans le tableau sont ordonnés par compétences croissantes de la gauche vers la droite. Il est clair que l'objectif consistant à amener les 25 élèves sur la procédure C au cours d'une séance n'est pas réaliste. Le professeur doit envisager deux objectifs bien distincts :

1. Un objectif relevant du socle : mettre tous les élèves en réussite sur le problème sans attente particulière de procédure. Concrètement cela signifie faire passer le groupe des 9 élèves en échec sur une réussite probablement appuyée sur la procédure A dans un premier temps. Cela passe par une compréhension du problème, par un renforcement du calcul sur les entiers relatifs pour 2 ou 3 d'entre eux (voir item 1) et par l'élaboration de la stratégie d'essai-erreur. Au regard du socle, il s'agit de mobiliser les capacités de résolution de problème 1 (s'informer) et 3 (raisonner).
2. Un objectif relevant du programme (mais hors socle) : mettre le problème en équation et résoudre l'équation obtenue. Concrètement cela signifie faire accéder à la procédure C les élèves maîtrisant la procédure B et peut être aussi la procédure A. En revanche, l'objectif sera probablement inatteignable au cours de la séance pour les 9 élèves ne disposant d'aucune procédure. Ce qui ne signifie pas que la séance est inutile pour eux : ils accèderont au moins aux procédures A et B et ils seront sensibilisés au recours à la lettre mobilisé dans la procédure C même s'ils n'accèdent pas complètement à la procédure C.

Au final, cet item donne un exemple éclairant sur la question de l'hétérogénéité, sur la diversification des objectifs à poursuivre au sein de la classe à l'occasion d'une activité qui réunit le groupe classe autour d'une même situation mais avec des apports qui seront adaptés aux besoins de différents élèves. Le socle apparait bien comme un outil incitant à repérer des objectifs fondamentaux et intermédiaires relativement aux exigences du programme. Non seulement ces deux types d'objectifs ne sont pas contradictoires mais l'introduction du socle apparait comme un élément facilitant la gestion de l'hétérogénéité dans la classe.

Il est essentiel de noter que ce travail ne peut être conduit efficacement que si le professeur propose **un même questionnement ouvert à toute la classe**. La séance doit se composer d'une **phase de recherche** pour laquelle des travaux par groupes d'élèves sont très efficaces, d'une **phase de restitution** des groupes, **de débats sur ces restitutions** puis d'une **synthèse du professeur**. Une telle organisation possède en outre d'autres vertus : elle favorise la motivation et l'implication des élèves, elle mobilise des capacités variées touchant à diverses compétences du socle commun autres que la seule compétence 3.

Item 6 – DNB 2009 : Substituer dans une expression littérale complexe

Contrairement à l'item figurant dans les six items nationaux qui portait sur la même question, on ne demandait pas ici de conduire le calcul à son terme mais seulement d'effectuer la substitution. L'item est ici fortement discriminant avec une très bonne réussite des groupes 2 et 3.

Le mathématicien Héron d'Alexandrie (1er siècle), a trouvé une formule permettant de calculer l'aire d'un triangle : en notant a, b, c les longueurs des trois côtés et p son périmètre, l'aire A du triangle est donnée par la formule :

$$A = \sqrt{\frac{p}{2}\left(\frac{p}{2}-a\right)\left(\frac{p}{2}-b\right)\left(\frac{p}{2}-c\right)}.$$

Calculer à l'aide de cette formule l'aire du triangle ABC.

Critère : Le candidat substitue correctement, quelque soit la valeur utilisée pour le périmètre p et quelques soient également les calculs menés ensuite.

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	99		2	26	47	23
Nb de 9	23		4	**11**	8	0
Nb de 0	27		9	16	2	0
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	66%		13%	49%	82%	100%
% de 9	15%		27%	21%	14%	0%
% de 0	18%		60%	30%	4%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1 exclu	81%		33%	70%	85%	100%
% de 9 exclu	19%		67%	30%	15%	0%

Commentaire :

La réussite est bien meilleure que sur l'item retenu au niveau national : 66% contre seulement 43%. Dans tous les groupes, certains candidats échouent dans la conduite du calcul alors qu'ils avaient correctement substitué. Ce sont deux candidats sur trois en moyenne qui réussissent à substituer ici, dans un contexte qui est complexe. Néanmoins, l'item se révèle encore fortement discriminant avec une réussite marginale dans le groupe 0 et médiocre dans le groupe 1.

Analyse didactique :

Cet item confirme que la substitution est bien maîtrisée par les candidats. Par contre, le calcul du périmètre du triangle connaissant la longueur de chacun de ses côté, qui constituait une étape obligée, fait apparaître des erreurs inquiétantes, par exemples « Base × Hauteur » ou encore « Somme de deux côtés » … Le concept est manifestement mal dominé chez ces candidats qui cherchent systématiquement à recourir à une formule sans s'appuyer sur le sens.
Les autres autres erreurs, comme des opérations mal conduites sur les racines carrées sont marginales.

Item 6 – DNB 2012 : Déterminer si un nombre est solution ou non d'une équation

Une réussite à 50% dont on ne peut se satisfaire sur cet item qui constitue un préalable à l'entrée dans le calcul littéral.

On cherche à résoudre l'équation $(4x - 3)^2 - 9 = 0$.

1) Le nombre $\frac{3}{4}$ est-il solution de cette équation ? et le nombre 0 ?

Critère : Pour au moins un des deux cas, la substitution doit être effectuée et accompagnée d'une conclusion cohérente. Les erreurs de calcul ne sont pas prises en compte.

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	75		2	12	43	18
Nb de 9	39		8	16	12	3
Nb de 0	36		10	18	8	0
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	50%		10%	26%	68%	86%
% de 9	26%		40%	35%	19%	14%
% de 0	24%		50%	39%	13%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1 exclu	66%		20%	43%	78%	86%
% de 9 exclu	34%		80%	57%	22%	14%

Commentaire :

Un item de test d'égalité datant de 2011avait été réussi à 43% et classé hors échelle dans l'échelle des acquis. Comparativement à cette référence, le présent item est mieux réussi. La réussite globale ne se situe qu'à 50% mais les groupes 2 et 3 sont en réussite. Les non réponses restent cependant nombreuses, pratiquement un élève sur quatre, ce qui met en évidence le caractère déstabilisant de la question pour les élèves concernés.

Analyse didactique :

81 candidats ont substitué correctement. Parmi eux, 3 ont effectué cette substitution après avoir développé l'expression littérale alors que 8 autres développent après avoir substitué au lieu de calculer simplement. Il se trouve également 16 candidats qui ont engagé un développement avant toute autre action.

Si l'idée du test d'égalité existe bien chez une courte majorité de candidats, il apparait quand même que ce point essentiel des débuts de l'algèbre mérite d'être davantage travaillé. Il est à la base des concepts d'identité et d'équation ce qui doit inciter à le travailler dès la classe de cinquième pour construire le sens de ces concepts algébriques fondamentaux.

Item 1 - DNB 2009 : Effectuer un calcul complexe sur des entiers et des décimaux simples

Un item très discriminant que seul le groupe 0 ne réussit pas.

1) Calculer A	$A = \dfrac{8+3\times4}{1+2\times1,5}$

Critère : le candidat doit trouver A = 5

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	100		2	28	47	22
Nb de 9	45		10	25	9	1
Nb de 0	4		3	0	1	0
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	67%		13%	53%	82%	96%
% de 9	30%		67%	47%	16%	4%
% de 0	3%		20%	0%	2%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1	69%		17%	53%	84%	96%
% de 9	31%		83%	47%	16%	4%

Commentaire :

Deux candidats sur trois réussissent cet item mais ***l'échec des candidats du groupe 0 est marquant*** alors que dans tous les autres groupes, avec une forte progressivité cependant, la réussite est bonne ou très bonne.

Analyse didactique :

Comme on pouvait s'y attendre, l'erreur la plus fréquente est liée à la présence de la barre de fraction mal interprétée par certains candidats qui calculent de fait $8 + 3 \times 4 : 1 + 2 \times 1,5$ et qui trouvent 23 en place de 5. Cette erreur est très certainement liée à un usage mal dominé de la calculatrice. Un regard critique sur le résultat ou un calcul mental constituaient ici des réflexes pertinents qui font manifestement défaut aux élèves les plus en difficulté. Mais la question suivante, qui visait justement à attirer l'attention des élèves sur cette erreur classique, fournissait une deuxième chance de revenir sur le calcul demandé en première question. La capacité C1 de prise d'information est ici prise en défaut pour les candidats concernés.

Item 10 – DNB 2011 : Résoudre un problème simple de proportionnalité

Un item concernant une capacité de base du socle commun, figurant en début de problème et assez bien réussi même s'il s'avère assez discriminant.

Partie I - La capacité à recueillir de l'eau de pluie

1. Dans cette partie il s'agit de calculer le volume d'eau de pluie que cette famille peut espérer recueillir chaque année. Dans la ville où réside cette famille, on a effectué pendant onze années un relevé des précipitations. Ces relevés sont donnés dans le tableau suivant.

Années	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Précipitations en litres par mètre carré (l/m^2)	1087	990	868	850	690	616	512	873	810	841	867

b) En 2009, combien de litres d'eau sont tombés sur une surface de 5 m^2 ?

Critère : Le candidat doit donner le résultat exact ou montrer qu'il applique une méthode correcte consistant à multiplier une précipitation annuelle par 5. Dans ce cas, une éventuelle erreur sur l'année ou dans le calcul n'est pas prise en compte.

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	100		5	32	39	24
Nb de 9	40		7	16	15	2
Nb de 0	10		3	3	4	0
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	67%		33%	63%	67%	92%
% de 9	27%		47%	31%	26%	8%
% de 0	7%		20%	6%	7%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1 exclu	71%		42%	67%	72%	92%
% de 9 exclu	29%		58%	33%	28%	8%

<u>Commentaire</u> :

Les deux tiers de l'échantillon réussissent cet item, ce qui constitue le critère de réussite pour un groupe dans notre étude. Dans le groupe 0, ce n'est cependant qu'un tiers des candidats qui est en réussite. On notera également que 7 candidats, évalués ici en réussite, ont commis une erreur de lecture du tableau et ont conduit un raisonnement correct à partir d'une année fausse.
Les erreurs se répartissent en 4 types principaux, présentés dans le tableau qui suit.

Division par 5	Division par 5^2	Multiplication par 5^2	Réponse 867
22	5	3	5

<u>Analyse didactique</u> :

On note que les principales erreurs commises le sont en lien avec la nature de la grandeur : grandeur quotient exprimée en l/m^2. Le fait que ce soit une grandeur quotient induit manifestement l'erreur la plus fréquente qui consiste à diviser plutôt qu'à multiplier. Cette erreur est commise par 27 candidats soit 18%. L'autre erreur, consistant à utiliser le facteur 5^2 à la place du facteur 5, est manifestement induite par la présence de l'unité d'aire dans laquelle apparaît l'exposant 2. Il est également probable qu'une certaine confusion avec la propriété d'agrandissement des aires se soit produite dans l'esprit des candidats concernés.
Si la réussite globale s'avère satisfaisante, l'analyse des erreurs fait donc ressortir une certaine fragilité face au traitement des grandeurs qui perturbe ici la mise en œuvre d'une capacité élémentaire sur la situation concernée.

Item 5- DNB 2012 : Mobiliser la proportionnalité dans un problème reliant temps et distance
Item national N°1

Un item portant sur la même question que le précédent. Très discriminant, il est largement réussi par les groupes 2 et 3 et largement échoué par les groupes 0 et 1.

> Lors d'un marathon, un coureur utilise sa montre-chronomètre. Après un kilomètre de course, elle lui indique qu'il court depuis quatre minutes et trente secondes.
>
> La longueur officielle d'un marathon est de 42,195 km. Si le coureur garde cette allure tout au long de sa course, mettra-t-il moins de 3 h 30 pour effectuer le marathon ?

Critère : Une démarche correcte utilisant la proportionnalité doit être engagée.

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	86		1	16	49	20
Nb de 9	22		9	9	3	1
Nb de 0	42		10	21	11	0
Code 1 :démarche correcte ; code 9 :démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	57%		5%	35%	78%	95%
% de 9	15%		45%	20%	5%	5%
% de 0	28%		50%	46%	17%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1 exclu	80%		10%	64%	94%	95%
% de 9 exclu	20%		90%	36%	6%	5%

Commentaire :

Contrairement à l'item précédent, le code le plus fréquent est celui de la réussite. Mais les non réponses nombreuses, et mêmes dominantes dans les groupes 0 et 1, montrent néanmoins que la question reste inaccessible à de nombreux candidats.

Dans la résolution de cette question qui repose sur la notion de vitesse moyenne, le recours à la proportionnalité apparait donc pour les candidats comme un obstacle de moindre difficulté que les conversions d'unités de durée.

Analyse didactique :

L'exercice peut être traité par différentes procédures reposant toutes sur la notion de vitesse moyenne et mobilisant la proportionnalité entre la durée et la distance parcourue. La plus simple consiste à raisonner par linéarité : il s'agit de multiplier 4min30s par 42,195 ce qui donne la durée du marathon du coureur, durée qu'il restera à comparer avec 3h30 pour répondre à la question. Les conversions de durées posent un problème difficile aux candidats. Un candidat qui pense à convertir 4min30s en 4,5min peut ensuite raisonner sans opération difficile : 45min pour 10km donc 180min, soit 3h, pour 40km. On notera que cette procédure peut être menée sans passer par l'écriture 4,5mi. Il suffit en effet de penser cette durée comme égale à deux heures er demie. Il reste alors 2,195km que le coureur effectuera manifestement en moins de 30min ce qui permet de conclure.

Les candidats réussissent plutôt bien à mobiliser cette proportionnalité : 80% de ceux qui ont traité la question sont en réussite. Ils mobilisent effectivement différentes procédures utilisant la linéarité avec des raisonnements du type exposé précédemment. Dans ce contexte ils n'utilisent que très rarement un tableau de proportionnalité.

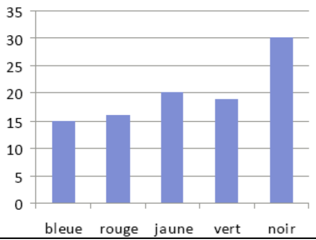
Item 1 – DNB 2011 : Déterminer une fréquence
Un item très discriminant réussi par les deux tiers des candidats.

Un dé cubique a 6 faces peintes : une en bleu, une en rouge, une en jaune, une en vert et deux en noir.

1. On jette ce dé cent fois et on note à chaque fois la couleur de la face obtenue. Le schéma ci-contre donne la répartition des couleurs obtenues lors de ces cent lancers.

a) Déterminer la fréquence d'apparition de la couleur jaune.

b) Déterminer la fréquence d'apparition de la couleur noire.



Critère : le candidat doit trouver au moins une des deux fréquences demandées. (Aucune attente concernant la justification)

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	98		6	27	40	25
Nb de 9	42		5	23	13	1
Nb de 0	10		4	1	5	0
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	65%		40%	53%	69%	96%
% de 9	28%		33%	45%	22%	4%
% de 0	7%		27%	2%	9%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1 exclu	70%		55%	54%	75%	96%
% de 9 exclu	30%		45%	46%	25%	4%

<u>Commentaire</u> :

Les deux tiers des candidats réussissent cet item mais il en reste un tiers qui échouent sur ce qui est la première question de l'épreuve. Le taux de 7% des candidats ne répondant à une première question apparaît également élevé.

Parmi les candidats en réussite, on signalera aussi de fréquentes incertitudes sur la conception du nombre. Par exemple, des candidats écrivent en toutes lettres « 20 sur 100 ». Par ailleurs la réponse « 0,2 » est rare.

Ecritures mobilisées par les candidats (un candidat peut utiliser plusieurs écritures) :

0,2	20/100	« 20 sur 100 »	20%	1/5	2/10
13	47	27	23	18	8

Parmi les codes 9, l'erreur fortement majoritaire est la confusion entre effectif et fréquence.

<u>Analyse didactique</u> :

Le terme comme le concept de fréquence restent à conforter. C'est une difficulté renforcée par l'apparition des probabilités qui mobilise la notion de fréquence tout en rajoutant un risque de confusion entre les deux notions.

La fréquence est définie par la manière dont on la calcule (quotient de …) mais le concept n'est pas défini clairement. Le sens est souvent donné oralement, en contexte, sans qu'il existe une véritable institutionnalisation.

Pistes de remédiation possibles : Un travail sur des situations complexes en prise avec une réalité favorisant la prise de sens, en privilégiant l'écriture de remarques porteuses de sens sur la fréquence.

Item 11 – DNB 2011 : Calculer une moyenne

Encore un item concernant une capacité de base du socle commun, qui s'avère fortement discriminant mais globalement assez bien réussi, surtout si on prend en compte le fait qu'il se situe au sein du problème, partie de l'épreuve peu abordée par certains candidats.

Partie I - La capacité à recueillir de l'eau de pluie

1. Dans cette partie il s'agit de calculer le volume d'eau de pluie que cette famille peut espérer recueillir chaque année. Dans la ville où réside cette famille, on a effectué pendant onze années un relevé des précipitations. Ces relevés sont donnés dans le tableau suivant.

Années	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Précipitations en litres par mètre carré (l/m^2)	1087	990	868	850	690	616	512	873	810	841	867

2. Sur les onze années présentées dans le tableau, quelle est la quantité moyenne d'eau tombée en une année ?

Critère : Le candidat doit montrer un résultat ou une démarche exacte.

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	104		4	26	48	26
Nb de 9	31		7	16	8	0
Nb de 0	15		4	9	2	0
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	69%		27%	51%	83%	100%
% de 9	21%		47%	31%	14%	0%
% de 0	10%		27%	18%	3%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1 exclu	77%		36%	62%	86%	100%
% de 9 exclu	23%		64%	38%	14%	0%

<u>Commentaire</u> :

Comme l'item précédent, celui-ci concerne une capacité de base du socle commun et il est réussi par plus des deux tiers des candidats. C'est une réussite d'ensemble intéressante lorsqu'on prend en compte le fait que cet item constitue la troisième question du problème, partie de l'épreuve peu favorable à une réussite générale. 10% des candidats n'ont pas abordé la question. C'est assez peu compte tenu de la situation de l'item dans l'épreuve ce qui confirme que les candidats ont repéré une question sur laquelle ils se sentaient à l'aise. Mais c'est également un nombre conséquent de candidats qui laisse penser que le potentiel de réussite sur cet item est supérieur au résultat obtenu ici.

<u>Analyse didactique</u> :

Les erreurs sont à la fois peu nombreuses et dispersées. On trouve ainsi la confusion avec la médiane (une seule occurrence), la confusion avec le cumul des 11 années (4 occurrences) ou une procédure consistant à diviser le produit (en place de la somme) des 11 valeurs par 11 (une occurrence).
On peut néanmoins considérer le fait que 6 candidats produisent des résultats aberrants qui prennent en défaut le concept de moyenne. Notamment, la propriété selon laquelle la moyenne est toujours comprise entre les valeurs extrêmes de la série devrait constituer un point de repère pour écarter des résultats manifestement aberrants. Cela suppose, comme cela a déjà été mis en évidence à l'item 8, de cultiver et systématiser le regard critique sur les résultats obtenus.

Item 14 – DNB 2012 : Calculer une moyenne

Un item simple portant sur une situation contextualisée bien dans l'esprit du socle qui est réussi par les trois quarts des candidats.

2) Le tableau suivant donne le nombre de passagers qui ont emprunté ce vol pendant la première semaine de mise en service. L'information concernant le mercredi a été perdue.

Jour	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche	**Total**
Nombre de passagers	152	143		164	189	157	163	**1113**

b) En moyenne, combien y avait-il de passagers par jour dans l'avion cette semaine là ?

Critère : le candidat doit fournir le résultat exact ou une démarche correcte aux erreurs de calcul près.

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	109		7	24	58	20
Nb de 9	24		6	13	4	1
Nb de 0	17		7	9	1	0
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	73%		35%	52%	92%	95%
% de 9	16%		30%	28%	6%	5%
% de 0	11%		35%	20%	2%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1 exclu	82%		54%	65%	94%	95%
% de 9 exclu	18%		46%	35%	6%	5%

<u>Commentaire</u> :

Hormis le groupe 0 au sein duquel les trois codes font jeu égal, les autres groupes réussissent bien cet item. S'agissant d'une question simple, portant sur une connaissance basique et familière, ce résultat apparait relativement rassurant.

<u>Analyse didactique</u> :

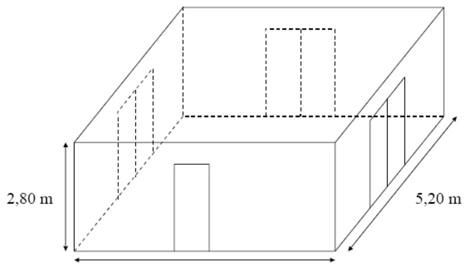
Les erreurs, assez peu nombreuses, sont dispersées. L'idée de valeur centrale est présente mais parfois traduite de manière inappropriée. On trouve ainsi parmi les réponses erronées 164 (effectif correspondant au jour central de la semaine) ou encore des valeurs très approximatives ou même «entre 150 et 170 ».

D'autres erreurs proviennent d'une confusion entre moyenne et effectif total ou encore d'une division par 6 au lieu de 7.

Item 12 – DNB 2010 : Calculer l'aire d'une face d'un parallélépipède rectangle

Un item très discriminant dont la réussite globale est médiocre mais doit être relativisée en raison de la position de l'item qui se situe dans la partie problème située en fin d'épreuve.

Une entreprise doit rénover un local.
Ce local a la forme d'un parallélépipède rectangle. La longueur est 6,40 m, la largeur est 5,20 m et la hauteur sous plafond est 2,80 m.
Il comporte une porte de 2 m de haut sur 0,80 m de large et trois baies vitrées de 2 m de haut sur 1,60 m de large.



Première partie :
Peinture des murs et du plafond

Les murs et le plafond doivent être peints. L'étiquette suivante est collée sur les pots de la peinture choisie.

Peinture pour murs et plafond
Séchage rapide
Contenance : 5 litres

Utilisation recommandée :
1 litre pour 4 m ^{2}

1) a) Calculer l'aire du plafond.

Critère : Le candidat doit trouver 33,28 (sans obligation d'unité).

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	83		0	14	42	27
Nb de 9	37		4	17	14	2
Nb de 0	28		9	16	3	0
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	56%		0%	30%	71%	93%
% de 9	25%		31%	36%	24%	7%
% de 0	19%		69%	34%	5%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1	69%		0%	45%	75%	93%
% de 9	31%		100%	55%	25%	7%

<u>Commentaire</u> :

La réussite est médiocre avec 56% pour l'ensemble et un échec flagrant sur les groupes 0 et 1. Si la position de l'item en fin d'épreuve au sein du problème explique pour une certaine part ce manque de réussite on trouve à nouveau ici les erreurs multiples révélant les difficultés des élèves sur les questions de grandeurs.

<u>Analyse didactique</u> :

Le calcul demandé est celui de l'aire d'un rectangle dans un contexte concret de géométrie dans l'espace. Ce contexte peut constituer un distracteur mais on observe une série d'erreurs qui ne surprennent pas car elles sont dans le droit file des observations effectuées sur les items 8 et 11.

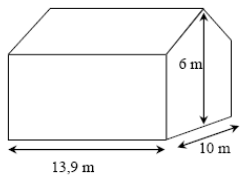
On trouve donc des confusions aire-volume, des confusions aire-périmètre, des formules fausses (L×l /2, L× l ×2).

Réussite	Non réponse	Confusion aire-volume	Confusion aire-périmètre	Formule fausse
56%	19%	7%	7%	10%

Item 12 - DNB 2011 : Calculer l’aire d’une face d’un parallélépipède rectangle en contexte

Un item très discriminant dont la réussite globale est correcte mais qui met fortement en difficulté les candidats des groupes 0 et 1.

3. Calculer la surface au sol d'une maison ayant la forme d'un pavé droit (surmonté d'un toit) de 13,9 m de long, 10 m de large et 6 m de haut.



Critère : Le candidat doit produire le résultat exact ou une démarche correcte matérialisée par la multiplication de 13,9 par 10.

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	79		1	15	38	25
Nb de 9	41		6	21	14	0
Nb de 0	30		8	15	6	1
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	53%		7%	29%	66%	96%
% de 9	27%		40%	41%	24%	0%
% de 0	20%		53%	29%	10%	4%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n’ayant pas abordé la question						
% de 1 exclu	66%		14%	42%	73%	100%
% de 9 exclu	34%		86%	58%	27%	0%

Commentaire :

Cet item est à rapprocher de l’item 8 où il s’agissait de calculer le volume d’un pavé droit. Dans les deux cas, la question porte sur un calcul de grandeur dans le cadre de la géométrie dans l’espace. Les réussites sont du même ordre, elles sont plutôt correctes mais s’accompagnent d’un caractère discriminant très marqué. S’ajoute ici le fait que nous sommes dans la quatrième question du problème et que, en particulier dans les groupes 0 et 1, les non réponses sont nombreuses.

Toujours comme dans l’item 8, les erreurs relèvent souvent de l’incohérence et peuvent être classées en deux groupes :

Celles respectant l’équation aux dimensions : 8 occurrences (dont un calcul de l’aire totale du pavé droit) avec une formule différente dans chaque cas : $L\times l/2$; L^2+l^2 ; $L\times l+h^2$; $(L+l)\times h$; $L\times l/3$; $l\times h$; $L\times 4\times l\times 2$; $2\times (L\times l+l\times h+l\times L)$.

Et celles ne la respectant pas : 25 occurrences dont 3 périmètres réparties sur 10 formules : $L\times l/h$; $L+l+h$; $L\times l+h$; $l\times h+L$; $L\times l+h$; $L+L+h+h+l+l$; $L\times l\times h/2$; $L\times l\times h/3$; $L+l$; $2L+2l$.

Analyse didactique :

L’expression « surface au sol de la maison » a probablement posé problème à certains élèves, problème peut être renforcé par l’absence du terme classique d’aire et par l’énoncé « maison en forme de pavé droit (surmonté par …) » alors que la maison n’est pas un pavé droit.

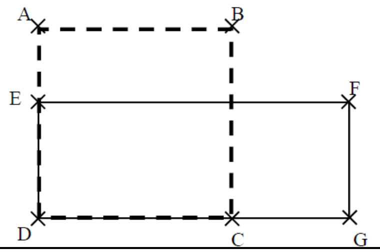
Comme dans l’item 8, les résultats obtenus ici renvoient à la nécessité de privilégier, dans l’enseignement, le travail sur le sens et sur les grandeurs tout en développant systématiquement des réflexes d’autocontrôle et de recul critique chez les élèves.

Item 8 –DNB 2012: Calculer l'aire d'un rectangle

Un item du même type que le précédent qui vient confirmer une réussite sur les calculs d'aires en progrès même si la réussite faiblit ici dans les groupes 1 et surtout 0 en raison de la complexité de la figure.

Le dessin ci-dessous représente une figure composée d'un carré ABCD et d'un rectangle DEFG.
E est un point du segment [AD].
C est un point du segment [DG].

Dans cette figure la longueur AB peut varier mais on a toujours : AE = 15 cm et CG = 25 cm.



1) Dans cette question on suppose que : AB = 40 cm
b) Calculer l'aire du rectangle DEFG.

Critère : Le code 1 est attribué pour une démarche correcte consistant à multiplier la largeur par la longueur. Les erreurs de longueurs, de calcul et d'unités ne sont pas prises en compte.

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	102		1	26	54	21
Nb de 9	27		8	14	5	0
Nb de 0	21		11	6	4	0
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	68%		5%	57%	86%	100%
% de 9	18%		40%	30%	8%	0%
% de 0	14%		55%	13%	6%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1 exclu	79%		11%	65%	92%	100%
% de 9exclu	21%		89%	35%	8%	0%

<u>Commentaire</u> :

Plus de deux élèves sur trois réussissent cet item confirmant ainsi un niveau de résultat sur les calculs d'aires qui est meilleur que ceux des années antérieures où ces items avaient conduit à une réussite maximale de 56%.

En raison de la complexité de la figure, l'item s'avère encore plus discriminant que le précédent. Si le groupe 3 reste en réussite totale, le groupe 1 recule et n'est plus en réussite. Le groupe 0 quant à lui s'effondre et plus de la moitié du groupe n'aborde pas la question.

<u>Analyse didactique</u> :

Les observations sont du même type que sur l'item précédent : la confusion avec le périmètre est présente 5 fois et une formule du type côté × côté ÷ 2 apparait 7 fois.

Comme dans le cas précédent, des problèmes liés aux unités jettent un doute sur une partie des 102 réussites : 32 résultats figurent sans unité et 8 sont exprimés en cm.

Item 12 – DNB 2012 : Calculer une durée comprise entre 2 instants donnés

Un item portant sur une situation concrète familière aux élèves. Réussi par les deux tiers des candidats il s'avère cependant assez fortement discriminant.

1) L'avion décolle chaque matin à 9 h 35 de Nantes et atterrit à 10 h 30 à Toulouse. Calculer la durée du vol.

Critère : Le candidat doit produire le résultat exact et correctement formulé.

	Ensemble		Groupe 0	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3
Nb de 1	99		7	25	47	20
Nb de 9	42		8	19	14	1
Nb de 0	9		5	2	2	0
Code 1 : démarche correcte ; code 9 : démarche incorrecte ; code 0 : non abordé						
% de 1	66%		35%	54%	75%	95%
% de 9	28%		40%	41%	22%	5%
% de 0	6%		25%	4%	3%	0%
Pourcentages obtenus en excluant les candidats n'ayant pas abordé la question						
% de 1 exclu	70%		47%	57%	77%	95%
% de 9 exclu	30%		53%	43%	23%	5%

Commentaire :

Cet item simple touchant à la vie quotidienne, très familière des élèves, est réussi par deux candidats sur trois. Néanmoins un quart des candidats du groupe 0 ne répond pas. La position de la question dans le sujet ne constitue pas un élément explicatif : placée en première question du problème, elle était bien visible et sa résolution ne dépendait d'aucun élément précédent.

Analyse didactique :

Si 99 candidats de l'échantillon traitent correctement cet item, il reste cependant 42 erreurs ce qui est important au regard du caractère basique et familier de la question abordée. Comme dans l'item 4, nous retrouvons ici des erreurs liées aux unités de durée et en particulier à la confusion entre systèmes sexagésimal et décimal.

13 candidats fournissent la réponse 0,95 ou 0,95min.
14 candidats fournissent la réponse 1h35 ou 95min.
12 candidats fournissent la réponse 1h05 ou 1h5.

On peut noter que pour l'essentiel ces erreurs pouvaient être détectées par une prise de recul critique fondée sur un ordre de grandeur ou sur la comparaison avec une heure entière (les résultats supérieurs à 1h auraient pu être détectés comme inappropriés ici). Entraîner les élèves à effectuer cette autocritique de leurs résultats est un objectif du socle mais également un objectif fort d'une formation scientifique. Il s'agit en réalité de contribuer à la construction d'une autonomie cognitive de l'élève.

3. Travail sur les 4 champs :

I -Géométrie :

a) <u>Constructions en géométrie plane</u>

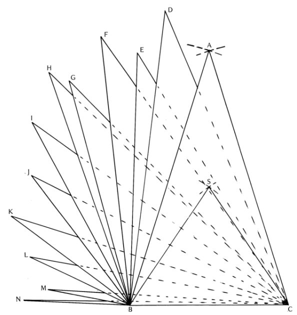
Pour les élèves de ce groupe, la géométrie perceptive et instrumentée ne pose pas en général de difficulté. Ils parviennent majoritairement à reproduire ou à construire des polygones y compris venant de faces issues de solides mais le travail avec les mesures d'angles d'un triangle, ou plus généralement les calculs d'angles sont insuffisamment maîtrisés. C'est d'ailleurs un item que l'on retrouve en réussite seulement pour le groupe 3 dans l'échelle CEDRE.

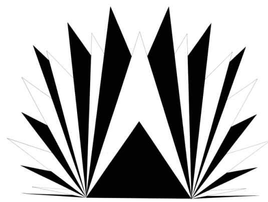
Les objectifs seront les suivants :

- Savoir construire un angle avec un rapporteur
- Savoir reproduire une figure complexe contenant des angles et des longueurs
- Raisonner en utilisant les angles.
- Savoir construire un cercle circonscrit ou inscrit en revenant sur les propriétés fondamentales de la médiatrice.

<u>Exercice :</u> (source : La géométrie pour le plaisir – Jocelyne Denière et Lysiane Denière – Editions KIM-DUNKERQUE)

1) **Tracer un segment [BC] de 9 cm de longueur.**
2) **Tracer un triangle isocèle ABC dont les côtés égaux mesurent 15 cm**
   et un triangle isocèle SBC dont les côtés égaux mesurent 8 cm.
3) **Tracer les triangles :**
   - **DBC tel que $\widehat{CBD}$= 83° et BD = 167 mm**
   - **EBC tel que $\widehat{CBE}$= 88° et BE = 142 mm**
   - **FBC tel que $\widehat{CBF}$= 96° et BF = 152 mm**
   - **GBC tel que $\widehat{CBG}$= 105° et BG = 131 mm**
   - **HBC tel que $\widehat{CBH}$= 109° et BH = 139 mm**
   - **IBC tel que $\widehat{CBI}$ = 118° et BI = 117 mm**
   - **JBC tel que $\widehat{CBJ}$= 127° et BJ = 92 mm**
   - **KBC tel que $\widehat{CBK}$= 143° et BK = 84 mm**
   - **LBC tel que $\widehat{CBL}$= 154° et BL = 63 mm**
   - **MBC tel que $\widehat{CBM}$ = 169° et BM = 47 mm**
   - **NBC tel que $\widehat{CBN}$ = 177° et BN = 60 mm**
4) **Construire D'BC, E'BC… de la même façon de l'autre côté**





Commentaires :

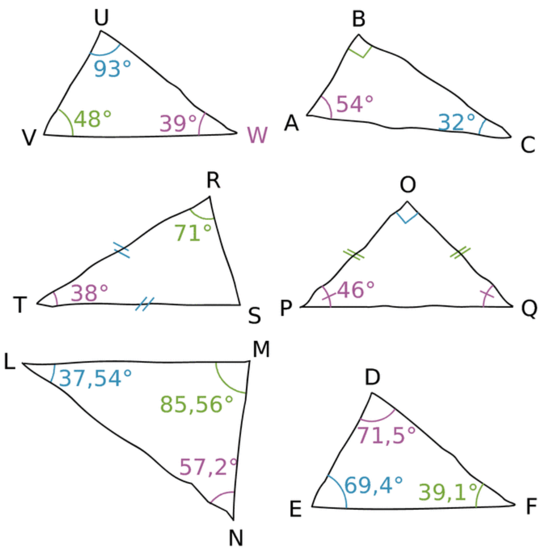
Réalisation d'une figure géométrique complexe où la précision est indispensable à la construction de cette figure qui est vite déséquilibrée dans le cas contraire.

Analyse :

L'objectif est d'acquérir des automatismes de construction et de manipulation du rapporteur et du compas en les mettant dans une situation répétitive ; on peut supposer que leur difficulté repose en partie sur le manque de pratique de ces instruments délaissés depuis la classe de 5ème. Il s'agit d'un retour sur les angles sans se limiter à ceux d'un triangle.

Exercice :

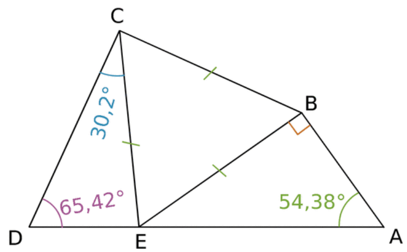
1) Les triangles représentés ci-contre à main levée existent-ils ? Justifie chacune de tes réponses par un calcul.



2)

En observant la figure ci –contre, qui n'est pas en vraie grandeur, Aline affirme que les points D, E et A sont alignés.

Qu'en penses-tu ?



Commentaires :

1) Utiliser la propriété de la somme des angles d'un triangle dans les cas de triangles quelconques, isocèles ou rectangles pour vérifier leur existence.
2) Calculer les angles de triangles quelconques, équilatéraux ou rectangles afin de prouver l'alignement de trois points.

Analyse :

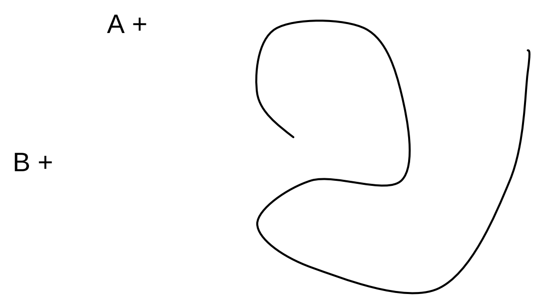
La propriété est en général connue. La difficulté réside davantage dans son application et ce qu'elle engendre dans les cas particuliers. L'argumentation attendue ensuite constitue évidemment une tâche plus difficile. Seule l'équivalence entre l'alignement des points D, E, A et l'angle plat associé lui permettra d'argumenter son raisonnement. La mise en avant du raisonnement donnera de la valeur aux calculs.

Les trois exercices suivants proposent une progression possible de la médiatrice vers le cercle circonscrit en tenant compte du fait que ces élèves sont en 3ème et qu'ils ne peuvent pas revenir sur ces bases de la géométrie telles qu'on les a enseignés en classe de 5ème.

<u>Exercice</u> : ***Utilisation de la caractérisation des points d'une médiatrice***

Placer sur la ligne dessinée, le centre d'un cercle passant par les deux points A et B.

Y a-t-il plusieurs possibilités ?



Commentaires :

Construire la médiatrice d'un segment dont seules les extrémités sont visibles tout en tenant compte de la contrainte supplémentaire engendrée par la ficelle.

Analyse :

Il s’agit d’insister sur la propriété d’équidistance des points de la médiatrice d’un segment, essentielle à une utilisation efficiente de la médiatrice d’un segment.

Exercice :

a) Tracer un triangle ABC quelconque.

b) Tracer la médiatrice des côtés [AB] et [BC] ; on appelle O l’intersection de ces deux médiatrices.

c) Que peut-on dire des longueurs OA et OB ? Et des longueurs OB et OC ?

d) Que peut-on en déduire pour les longueurs OA et OC ?

e) Tracer le cercle de centre O passant par A. Que remarque-t-on ? Pouvait-on le prévoir ?

Commentaires :

Construire les trois médiatrices dans un triangle, puis tracer le cercle circonscrit à ce triangle.

Analyse :

Utilisation dans le triangle de la propriété de la médiatrice : démonstration du conours des trois médiatrices pour aller vers le cercle circonscrit au triangle.

Refaire certaines activités d’étude et de recherche (AER) de 5^{e} et de 4^{e} semble profitable pour les élèves du groupe 1 (Ce sont ces activités qui vont, en cours de résolution, dégager les méthodes et les techniques nouvelles, et donner du sens à l’introduction de notions importantes).

Exercice :

Kevin et Nicolas ont tous les deux leur arbre fétiche sous lequel ils aiment se reposer à l’ombre.

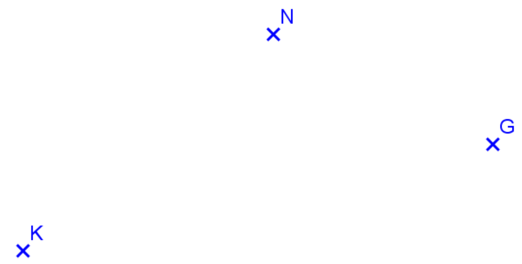
Mais ils aiment aussi faire la course en partant chacun de leur arbre. Pour que la course soit équitable, il faut que l’arrivée soit située à la même distance des deux arbres.

1) **Place deux points K et N (distants de 4 cm) pour représenter les arbres de Kevin et de Nicolas. Où placer l’arrivée pour que la course soit la plus courte possible ?**

2) **Si Kevin et Nicolas veulent une course plus longue, où peuvent-ils encore planter le drapeau ? Quel est l’ensemble des points possibles pour l’arrivée ? Trace-le.**

3) **Gabin a aussi son arbre et il aimerait bien jouer avec Nicolas et Kevin au même jeu.**

Placer le point G comme sur la figure ci-dessous.



Où peuvent-ils planter le drapeau ?

4) **Yann n’a pas d’arbre à lui mais veut aussi courir avec ses amis. Son arbre doit être aussi loin du drapeau que les autres. Est-ce possible ?**

Si oui, place –le, y-a-t-il plusieurs solutions possibles ?

Commentaires :

Tracer les médiatrices puis le centre du cercle circonscrit.

Analyse :

Situation très classique qui permet de revenir sur ces bases de la géométrie.

Inscrit ou circonscrit ?

Extrait de : ***Etymologie des maths-*** *http://trucsmaths.free.fr/etymologie.htm#I*

Circonscrit : du latin *circum*, autour et *scribere*, écrire

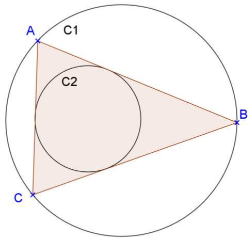
Inscrit : du latin *in*, dans et *scribere*, écrire.

Exercice

Voici un triangle ABC avec son cercle inscrit et son cercle circonscrit.

Quel est le cercle inscrit ?

Le cercle circonscrit ?



Rappels

Le cercle circonscrit à un triangle est le cercle passant par les trois sommets du triangle.

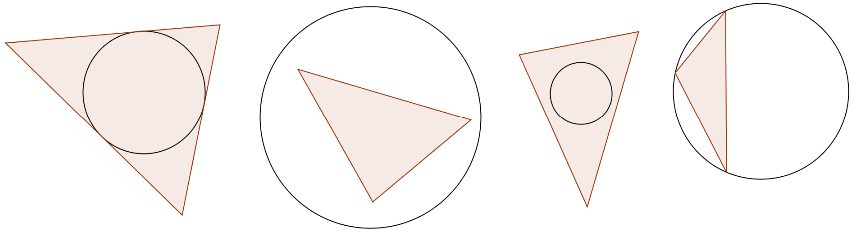
Son centre est l'intersection des médiatrices des trois côtés.

Le cercle inscrit dans un triangle est le cercle tangent aux trois côtés du triangle.

Son centre est l'intersection des bissectrices des trois angles.

Exercice :

Précisez dans chaque cas si le cercle est inscrit, circonscrit ou ni l'un ni l'autre.



Commentaires :

Le but ici est de revenir sur le sens des mots que sont « cercle circonscrit » et « cercle inscrit ». Les rappels seront vus comme des aides facultatives ou non.

Analyse :

Travailler ces deux notions en classe de 3ème est une façon de limiter les confusions.

Commentaires :

A partir de triangles rectangles, réaliser les constructions guidées par des rappels sur le cercle circonscrit et sur la médiane issue du sommet principal.

Analyse :

Le cas particulier du triangle rectangle est celui le plus souvent rencontré dans les sujets de brevet. (On pourra au besoin en faire la démonstration à partir du rectangle). C'est le plus simple, mais ce n'est pas toujours retenu par les élèves, car ils ont parfois perdu le sens de ce qu'est un cercle circonscrit à un triangle, et en conséquence n'intègrent pas la propriété de la médiane issue de l'angle droit.

b) Espace

Un item particulièrement sensible où l'on observe la réussite des élèves pour la construction d'un pavé droit en perspective cavalière uniquement à partir du groupe 3 alors que cette connaissance de base est abordée dès la classe de 6ème. On constate que les élèves ne confondent pas particulièrement avec la réalisation du patron mais plutôt avec celle de figures planes ou bien qu'ils ne répondent pas du tout.

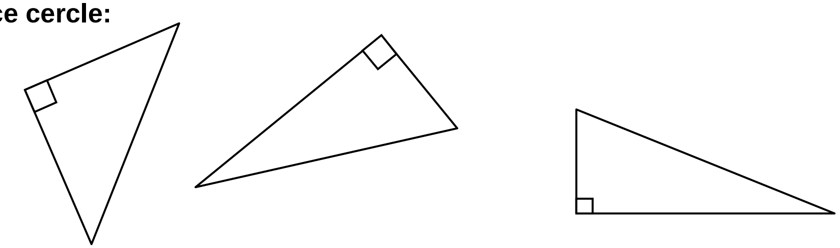
Il serait donc judicieux de proposer de consolider ces connaissances de base tout en restant modeste sur la connaissance générale des solides usuels mais en ayant pour objectif la perspective cavalière d'un cube ou d'un pavé droit en liaison avec le patron, et les outils de géométrie dynamique.

Exercice

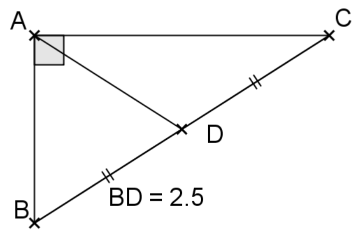
Rappel :

Pour les triangles rectangles, le centre du cercle circonscrit est au milieu de l'hypoténuse.

a. Placer dans chaque cas, le centre du cercle circonscrit au triangle, puis tracer ce cercle:



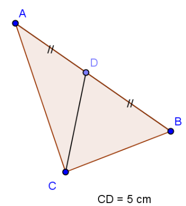
b. Dans le triangle ci-dessous, que représente le point D ? Que peut-on en déduire pour la longueur AD ?



Compléter :

Dans un triangle rectangle, la longueur de la médiane issue du sommet de l'angle droit est ………………………

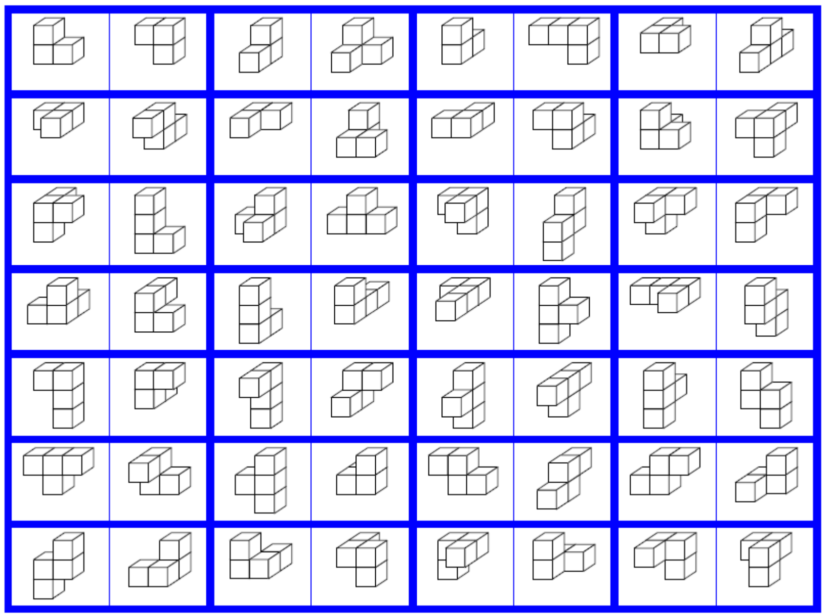
c. Dans le triangle ABC rectangle en C. Calculer AB.



La progression suivante propose un travail en quatre étapes afin de permettre aux élèves de revenir sur des manipulations : à partir de représentations de l'espace (jeux de cubes) cf Matlet et des cubes SOMA.

Première étape

DomiSoma est un jeu de dominos dans lequel les points ont été remplacés par les pièces du cube Soma représentées dans des perspectives diverses. Il est indispensable dans un premier temps (peut-être assez long) de laisser les joueurs disposer des pièces pour pouvoir les tourner et les voir sous le bon angle. Particulièrement pour les pièces symétriques…



APMEP Toulouse : puzzle créé par François Drouin (APMEP Lorraine)

Deuxième étape

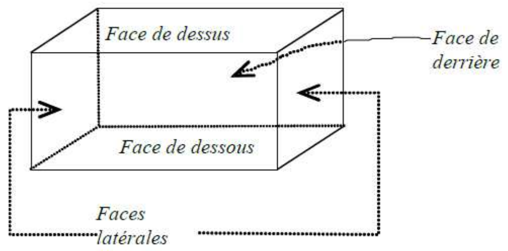
http://www.matlet.ch/new/?cmd=dtlApplet&id=81&skel=applet&cmdBack=lstApplets&orderBy=title&seq=ASC&schoolYearFrom=&schoolYearTo=&thema=

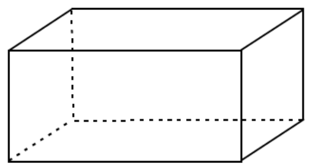
visualisation à l'aide de cette applet et construction de chaque solide.(cliquer sur le lien, si on copie l'adresse dans la barre de navigation, l'applet sera en allemand)

Troisième étape

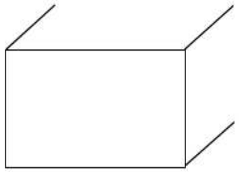
Extrait de : http://www.ac-versailles.fr/public/upload/docs/application/pdf/2009-10/cours_sur_le_pave_droit.pdf

Par exemple, dans la présentation ci-dessous, on adopte un vocabulaire qui rend compte de ce que l'on voit.

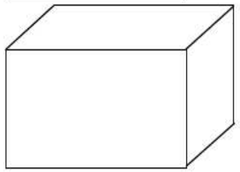




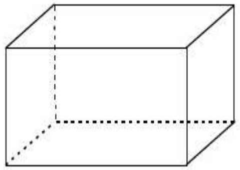
*Si l'on veut représenter un solide, un certain nombre de **conventions** sont à respecter pour que le dessin soit compris par tous.*



- *La face avant est représentée en premier par un rectangle à une certaine échelle.*
- *Parmi les arêtes des autres faces, trois semblent fuir vers l'arrière, en oblique. On les dessine en deuxième, parallèles et de même longueur. Mais pour garder la notion de distance due à l'éloignement, on va réduire un peu ces longueurs (d'un tiers par exemple).*



- *Les deux arêtes visibles de la face arrière sont dessinées en trait plein ensuite.*



- *Enfin les arêtes cachées sont dessinées en trait pointillé. La face arrière apparaît alors comme un rectangle superposable à la face de devant.*

Ce type de dessin porte le nom de ***perspective cavalière****.*

Ces conventions sont différentes de ce que l'on peut voir sur une photographie. En effet sur une photo, les droites parallèles fuyant vers le "fond" de la photo semblent se rapprocher comme les rails parallèles d'une ligne de chemin de fer.

<u>Quatrième étape :</u> DES ASSEMBLAGES DE CUBES

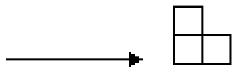
<u>Exercice :</u>

En utilisant des carrés et des parallélogrammes en "plastique" ou "carton", construis une représentation des solides suivants, puis dessine ces représentations sur le papier quadrillé.

1) Deux cubes accolés

2) Trois cubes alignés

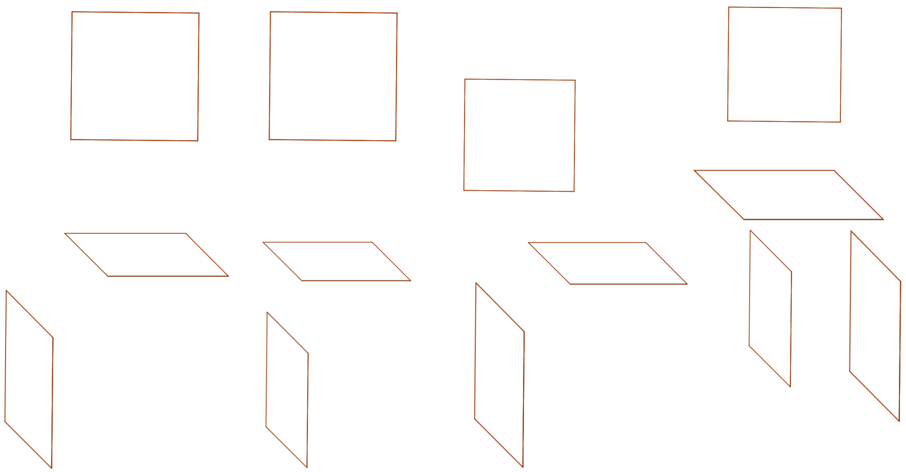
3) Trois cubes formant un « L »



4) Un grand cube de côté 2

5) Un parallélépipède de côtés 2, 3 et 1

Colorie tes dessins sachant que les portions d'un même plan ou de deux plans parallèles seront coloriées de la même couleur.



<u>Commentaires :</u>

Il semble difficile de réaliser quelque chose qu'ils ne voient pas réellement.

c) <u>Théorèmes fondamentaux</u>

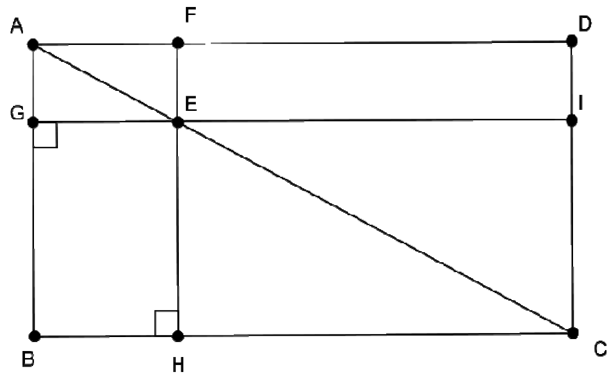
L'objectif le plus important de ce champ est de favoriser le passage des élèves de la géométrie perceptive et instrumentée à la géométrie déductive. C'est l'essentiel des compétences sur le raisonnement qui est à mettre en œuvre. Comment parvenir à leur faire acquérir cette notion d'argumentation basée sur les propriétés ? Comment favoriser la prise de conscience sur l'importance du débat et du lien entre les mesures et les propriétés ?

Les objectifs proposés au travers des exercices sont les suivants :

- Parvenir à acquérir la notion d'argumentation basée sur les propriétés.
- Favoriser la prise de conscience du lien entre les mesures et les propriétés.
- Maitriser le théorème de Pythagore.

<u>Exercice :</u> Trace un rectangle ABCD tel que AB = 8 cm et BC = 5 cm.
Place un point E sur le segment [AC] tel que AE=3 cm.
Trace la parallèle à la droite (AD) qui passe par E ; elle coupe le segment [AB] en G et le segment [DC] en I.
Trace la parallèle à (AB) qui passe par E ; elle coupe [AD] en F et [BC] en H.
Parmi les deux rectangles EFDI et EHBG, quel est celui qui a la plus grande aire ?
Justifier la réponse.

Commentaires : (figure attendue)



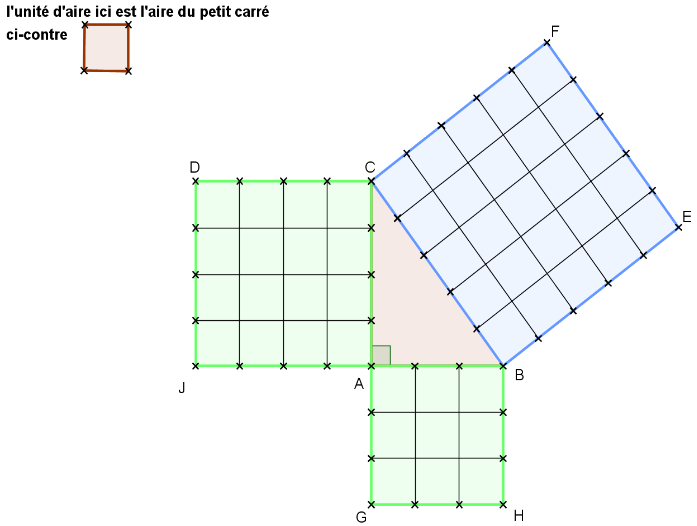
Toutes les procédures proposées seront étudiées même si elles sont fausses ou qu'elles n'aboutissent pas afin d'en débattre en classe entière. Il s'agit de prendre conscience de l'intérêt d'une preuve, du rôle de la figure même si elle n'est pas construite en vraie grandeur. D'ailleurs dans cet exercice, les élèves qui envisagent de calculer les aires avec les valeurs « mesurées » n'aboutiront pas au même résultat que leur camarade.

Analyse :

Le raisonnement déductif est difficile mais incontournable pour ces élèves dans cet exercice.

Comme les élèves du groupe suivant maitrisent le théorème de Pythagore, nous proposons de revenir sur les constructions des carrés à partir des côtés du triangle rectangle puis de rappeler les égalités d'aires obtenues. Enfin trois exercices de difficulté croissante où l'on utilise cette égalité pour extraire une longueur ou montrer qu'un triangle est rectangle.

Théorème de Pythagore



rappel

Le moyen carré ACDJ a pour aire 16 unités d'aire

$(AC^2 = AC \times AC = 4 \times 4 = 16)$.

Le petit carré ABHG a pour aire 9 unités d'aire

$(AB^2 = AB \times AB = 3 \times 3 = 9)$

Le grand carré BCFE a pour aire 25 unités d'aire

$(BC^2 = BC \times BC = 5 \times 5 = 25 \ )$

L'aire du grand carré est égale à la somme de l'aire du petit carré et l'aire du moyen carré.

Cette propriété est vraie pour n'importe quel triangle ABC rectangle en A et elle est vraie seulement dans le cas d'un triangle rectangle.

Théorème de Pythagore : les phrases suivantes sont équivalentes :

- ***Le triangle ABC vérifie l'égalité*** $BC^2 = AB^2 + AC^2$
- ***Le triangle ABC est un triangle rectangle en A.***

Exercice 1 : **Entoure la bonne réponse**

Si $AB^2 = 5$ **alors**

a. $AB \approx 2{,}24$	**b.** $AB = 2{,}5$	**c.** $AB = 25$

Exercice 2 : **Entoure la bonne réponse**

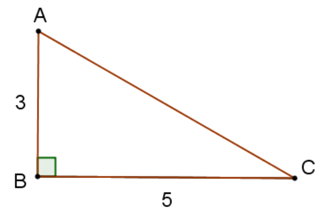


figure 1

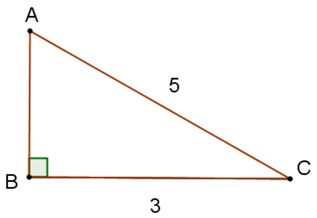


figure 2

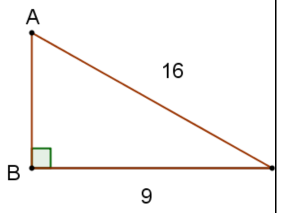


figure 3

Dans la figure 1, on a :

a. $AC \approx 5{,}83$	**b.** $AC = 4$	**c.** $AC \approx 2{,}82$

Dans la figure 2, on a :

a. $AB \approx 5{,}83$	**b.** $AB = 4$	**c.** $AB \approx 2{,}82$

Dans la figure 3, la valeur arrondie au centième de AB est :

a. 13,2	**b. 13,22**	**c. 13,23**

Exercice 3 : **Le triangle ABC est rectangle en A.**

Calculer la longueur du troisième côté dans chaque cas suivant :

a) AB = 2,8 cm et AC = 9,6 cm

b) AB = 1,4 cm et AC = 4,8 cm

c) BC = 5,8 cm et AC = 4,2 cm

Exercice 4 : **Un triangle dont les côtés mesurent 1,2 cm ; 2,6 cm et 2,4 cm est-il rectangle ?**

Même question avec 1,6 ; 3 et 3,4.

Commentaires :

1) Déterminer la valeur approchée d'une racine carrée extraite avec la calculatrice.
2) Calculer la longueur d'un côté à partir d'une figure codée et permettre de donner du sens au « plus grand côté ».
3) Calculer la longueur du troisième côté d'un triangle rectangle qu'il soit ou non l'hypoténuse.
4) Calculer le carré des longueurs des trois côtés afin de vérifier ou invalider l'égalité du théorème.

Analyse :

L'objectif est modeste mais permet d'insister sur des savoirs de base du socle avec une occasion de travailler avec des nombres décimaux et des valeurs approchées. Grâce au QCM, l'élève peut choisir ses réponses en conjuguant logique du raisonnement (et de la situation) avec ses procédures de vérifications habituelles.

II - Nombres et calculs

Les élèves parviennent pour la plupart à calculer avec des entiers relatifs, ils auront alors pour double objectif de déterminer si un nombre est solution ou non d'une équation et de se familiariser avec des nombres décimaux simples dans la résolution de problèmes du premier degré.

d) Calcul numérique

Exercice : *Manuel Sesamath 5e*

	Fusion (°C)	Ébullition (°C)
Hydrogène	– 259	– 253
Fluor	– 220	– 188
Mercure	– 39	357
Brome	– 7	59
Éther	– 116,2	34,5

1) Pour chaque composé chimique, calcule l'écart entre les températures d'ébullition et de fusion.

2) **Range ces composés chimiques dans l'ordre croissant de leur écart entre les températures d'ébullition et de fusion.**

Commentaires :

1) Calcul d'une différence entre deux entiers relatifs et entre deux décimaux relatifs.
2) Rangement dans l'ordre croissant des nombres relatifs.

Analyse :

Il s'agit de l'utilisation des valeurs numériques (entiers relatifs, décimaux) comme outils pour résoudre un problème issu de la chimie. En 3ème, contrairement aux classes précédentes peu de situations permettent ce genre de familiarisation avec les grandeurs. On pourra aussi s'interroger sur le rôle de la calculatrice.

Exercice :

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre

- le multiplier par 5

- Soustraire 8 au résultat précédent

- Diviser le résultat par 3.

1 a . Appliquer ce programme de calcul aux nombres 4, puis (-8) ;

b. Appliquer ce programme de calcul aux nombres 2, puis (-7) .

2. a. Quel nombre faut-il choisir pour obtenir 9 ?

pour obtenir 0 ?

b. Quel nombre faut-il choisir pour obtenir (-1) ?

pour obtenir $\frac{-8}{3}$ **?**

Commentaires :

1) Suivre un programme de calcul avec des entiers relatifs.

2) Utiliser un programme de calcul pouvant « se remonter à la main » avec des entiers naturels, relatifs, rationnels.

Analyse :

L'efficacité des programmes de calcul n'est plus à prouver pour la progression des élèves dans le domaine littéral et ce dès la classe de $5^{ème}$. Cette situation est donc plus que familière et rassurante pour des élèves ne maitrisant pas ou peu le calcul littéral. En revanche, il ne faut pas perdre de vue les priorités opératoires qui sont également un enjeu de cet exercice y compris avec un nombre rationnel. L'élève aura tout intérêt à privilégier l'utilisation du programme inverse afin de ne pas rester passif s'il avait envisagé une algébrisation du problème. A l'inverse si l'on souhaite amener l'élève à résoudre une équation, on veillera à adapter le programme de calcul en ce sens.

Exercice :

Calculer l'expression 3*x* + 5 si *x* est égale à -2.

Calculer l'expression 7 − *x* si *x* est égale à 4.

Il est possible de trouver un nombre tel que les deux expressions soient égales.

Ce nombre est dans cette liste. Quel est ce nombre ?

-5,2 0 0,5 31

Exercice - Relier les équations à une solution.

$\frac{x}{5} = x - 1$ •		• 3
$-2(3x - 11) = 1 + x$ •		• 1,25
$x - 7{,}5 = \frac{136}{x}$ •		• 16

e) Test, littéral, problèmes

On portera les efforts sur la substitution d'une valeur dans une expression littérale et sur la résolution d'équation du premier degré avec des nombres décimaux.

Exercice :

La cylindrée V d'un moteur (en cm^3) se calcule à l'aide de la formule suivante :

$$V = \frac{\pi D^2 c n}{4}$$

où D désigne le diamètre (en cm) d'un cylindre, c désigne la course (en cm) du cylindre et n désigne le nombre de cylindres.

Calculer la cylindrée d'un moteur 4 cylindres dont chacun a pour diamètre 8,4 cm et pour course 9 cm, donner la valeur approchée par défaut au cm^3 près.

Commentaires :

Substitution de trois valeurs dont une sera élevée au carré dans une expression littérale.

Analyse :

C'est une situation d'application directe issue de la mécanique mais pas facile pour autant, même si les valeurs des lettres sont données dans la bonne unité.

Ce sera l'occasion de revenir sur la notion de valeur approchée, ardue pour les élèves de ce groupe.

Exercice : ***(lelivrescolaire.fr 3ème)***

a) Rappeler les différentes unités de mesure de la température.

b) Pour passer d'une température en degrés Fahrenheit (°F) à une température en degrés Celsius (°C), on réalise la c onversion suivante : $C = \frac{F-32}{1,8}$

Comment devez-vous vous habiller si vous faites un voyage aux Etats-Unis par 32°F ? par 86°F ?

c) Montrer que pour 212 °F, on retrouve la température d'ébullition de l'eau.

d) Déterminer la température normale de votre corps en degrés Fahrenheit.

Commentaires :

C'est une simple substitution suivie d'une résolution d'équation pour passer des degrés Celsius en degrés Fahrenheit.

Analyse :

Situation complexe en partie à cause de la présentation sous forme d'un quotient.

<u>Exercice</u> ***(Extrait du Brevet)***

ABC est un triangle tel que AB = 4,2 cm ; AC = 5,6 cm et BC = 7 cm.

1. **Démontrer que ABC est un triangle rectangle.**
2. **Calculer son aire.**
3. **On sait que si R est le rayon du cercle circonscrit à un triangle dont les côtés ont pour longueurs *a*, *b*, *c* données en cm, l'aire de ce triangle est égale à $\frac{abc}{4R}$.**

   En utilisant cette formule, calculer le rayon du cercle circonscrit à ABC.
4. **Pouvait-on prévoir ce résultat ? Justifier.**

<u>Commentaires :</u>

1) Utilisation de l'égalité du théorème de Pythagore avec des valeurs décimales pour montrer qu'un triangle est rectangle.
2) Calcul de l'aire d'un triangle rectangle.
3) Résolution d'une équation après substitution des valeurs données dans la formule originale.
4) Retour sur la propriété géométrique du centre du cercle circonscrit situé au milieu de l'hypoténuse.

<u>Analyse :</u>

Les grandeurs utilisées sont familières au cours de mathématiques mais déstabilisantes dans leur utilisation finale. Une aide sera sûrement nécessaire pour la résolution de l'équation car l'inconnue se situe au dénominateur du quotient. La formule nécessite d'être transformée pour pouvoir obtenir la réponse à la question posée.

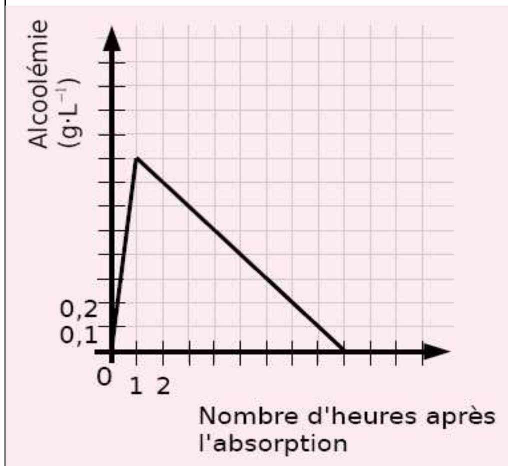
On peut s'attendre malgré tout aussi à ce que la réponse soit trouvée sans utilisation de la formule.

III - Organisation et gestion de données. Fonctions :

f) <u>Lecture de tableaux et graphiques</u>

Dans ce groupe maitrisant la lecture de graphiques et de tableaux, l'objectif est d'améliorer l'interprétation et la maitrise de leurs résultats.

<u>Exercice :</u> On mesure l'alcoolémie chez un homme après l'absorption d'une boisson alcoolisée à jeun.



a. Quel est le taux d'alcoolémie au bout de 3 heures ?

b. Quand le taux d'alcoolémie est-il de 0,5 g/L ?

c. Quand le taux d'alcoolémie est-il maximal ?

d. Au bout de combien de temps le taux d'alcoolémie est-il nul ?

e. Il est interdit de conduire avec un taux supérieur ou égal à 0,5 g/L d'alcool dans le sang. Au bout de combien de temps pourra-t-il conduire ?

<u>Commentaires :</u>

Lecture d'image, d'antécédent, de maximum et de minimum sont abordés ainsi que l'interprétation finale de la courbe.

<u>Analyse :</u>

La situation est simple et concrète ce qui facilite le repérage des erreurs d'interprétation et peut permettre l'autocontrôle des réponses.

<u>Exercice :</u> Julie désire se rendre à Paris. Elle consulte les horaires des trains au départ de Toulon.

1. **Pourquoi certaines cases sont-elles grisées ?**
2. **Quel train est le plus rapide pour relier Toulon à Paris ?**
3. **En faisant une partie du trajet en voiture, Julie n'a passé que trois heures en train pour aller à Paris. De quelle(s) ville(s) a-t-elle bien pu partir ?**

	Train n°6 123	Train n°7 258	Train n°8 766	Train n°8 989	Train n°56 789	Train n°78 995
Toulon		15 h 32 min	16 h 05 min	17 h 09 min	17 h 20 min	18 h 24 min
Marseille	14 h 09 min	16 h 32 min		17 h 58 min	18 h 10 min	
Aix en Provence	14 h 35 min			18 h 11 min	18 h 24 min	19 h 18 min
Avignon	14 h 58 min		17 h 32 min		18 h 47 min	
Paris		19 h 32 min	20 h 15 min	21 h 11 min	21 h 32 min	22 h 15 min

Commentaires :

1) Lecture du tableau à double entrée portant sur les horaires des trains en fonction des villes puis interprétation des cases vides.
2) Calcul de la durée minimale par la différence de deux horaires sous forme sexagésimale.
3) Déterminer la ville de départ en respectant la contrainte de la durée de trois heures.

Analyse :

C'est ici une situation concrète qui aide à donner du sens aux données dont certaines sont inutiles pour répondre aux questions. Par ailleurs, le calcul de durées est une difficulté qu'il n'est pas inutile de (re)travailler.

g) Statistiques et probabilités

Un double objectif sera de parvenir à calculer une moyenne ainsi qu'une fréquence à partir de situations diverses et en faisant le lien avec les probabilités.

(1) Calcul de moyenne et de fréquence

Exercice : inspiré du manuel Hachette Education collection Phare 4° 2011

Le médecin scolaire demande aux élèves d'une classe : « En combien de temps vous brossez-vous les dents ? »

Voici les résultats (donnés en seconde):

30 ; 60 ; 30 ; 90 ; 180 ; 150 ; 90 ; 120 ; 90 ; 180 ;
30 ; 150 ; 60 ; 150 ; 90 ; 120 ; 90 ; 90 ; 60 ; 30 ;
120 ; 60 ; 60 ; 120 ; 120 ; 120 ; 90 ; 90 ; 120.

1. **Combien d'enfants y a-t-il dans cette classe ?**
2. **Combien de temps, au minimum, passe un enfant de cette classe à se brosser les dents?**
3. **Combien de temps au maximum passe un enfant de cette classe à se brosser les dents ?**
4. **Calculer le temps moyen de brossage, arrondi à la seconde près.**
5. **a) Convertir 3 minutes en seconde.**
   b) Les organismes de santé préconisent 3 minutes par brossage. Calculer la fréquence (en pourcentage) des élèves qui suivent ces préconisations.

Commentaires :

1) Calcul de l'effectif total
2) Déterminer la valeur minimale d'une série
3) Déterminer la valeur maximale d'une série.
4) Calcul d'une moyenne
5) Calcul d'une fréquence

Analyse :

Une situation familière où il s'agit de calculer un temps moyen, puis une fréquence tout en cultivant leur regard critique (la moyenne doit être comprise dans l'intervalle des valeurs extrêmes).

La dernière question peut éventuellement engager une réflexion sur l'hygiène de vie en concertation avec l'infirmière.

(2) Calcul de fréquence

Exercice 1:

Le professeur a corrigé 18 épreuves ; il a mis 3 fois la note 5. Quelle est la fréquence de la note ?

Entourer la bonne réponse : $\frac{3}{5}$; $\frac{5}{18}$; $\frac{3}{18}$.

Exercice 2:

Pour obtenir une certaines couleur de peinture, Alena a mélangé 5 litres de peinture rouge, 2 litres de peinture bleue et 2 litres de peinture jaune.

Quelle est la proportion de peinture rouge par rapport à la quantité totale de peinture ?

Entourer la bonne réponse : $\frac{5}{2}$ $\frac{9}{4}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{5}{9}$

Exercice 3 :

(Extrait du manuel Hatier collection Triangle 5°2 010)

Un professeur a mis les notes suivantes à un devoir :

8 ; 12 ; 11 ; 10 ; 9 ; 13 ; 11 ; 10 ; 9 ; 7 ; 8 ; 14 ; 16 ; 10 ; 18 ; 20 ; 17 ; 18 ; 13 ; 11 ; 13 ; 14 ; 8 ; 12 ; 13.

1. **Quel est l'effectif de cette série ?**
2. **Quelle est la fréquence d'apparition de la note 11 ? L'écrire sous forme de fraction, puis sous forme décimale et enfin sous forme de pourcentage.**
3. **Quelles sont les notes qui ont les mêmes fréquences ? Donner leur fréquence.**

Exercice 4 : (Extrait du manuel Hatier collection Triangle 5° 2010)

Pour chaque énoncé, indiquer la (ou les) bonne(s) réponse(s).

	Réponse(1)	Réponse(2)	Réponse(3)
Dans la série : 3 ; 6 ; 7 ; 3 ; 5 ; 3 ; 7 ; 3 ; 5 ; 7 ; la fréquence du nombre 3 est …	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{4}{10}$
Dans la série : 11 ; 6 ; 14 ; 7 ; 12 ; 11 ; 7 ; 3 ; 14 ; 7 ; 2 ; 11 ; la fréquence du nombre 7 est …	**0,3**	**0,25**	**4**
Dans la série : 25 ; 32 ; 42 ; 32 ; 25 ; 32 ; 24 ; 42 ; la fréquence du nombre 32 est …	**3%**	**30%**	**37,5%**

Exercice 5:

(Inspiré du Manuel Sésamath 5°collection Mathenpoc he Génération 5 2010)

Alice, Sophie, François et Abdel travaillent sur des exercices de calcul de fréquences.

1. **Lors d'un exercice, Abdel trouve une fréquence de $\frac{2}{5}$, Alice trouve 0,4, Sophie trouve 40% et François $\frac{4}{10}$. Ont-ils bien obtenu le même résultat ?**
2. **Pour un autre exercice, les quatre élèves calculent chacun une fréquence qu'ils doivent ensuite comparer. Abdel trouve une fréquence de $\frac{1}{5}$, tandis qu'Alice obtient 0,1, Sophie obtient $\frac{2}{10}$ et François 17%. Propose plusieurs méthodes pour comparer ces trois fréquences.**

Commentaires :

Tous les exercices ont pour but de calculer des fréquences.

- Dans les deux premiers les fréquences sont présentées sous forme de nombres fractionnaires
- Dans les suivants, on passe d'une représentation à l'autre (fraction, nombre décimal et pourcentage)
- Dans les exercices 4 et 5, on compare les fréquences en passant par les différentes écritures d'un même nombre.

Analyse :

Dans les deux premiers exercices, on revoit les notions de fréquence et de proportion exprimées sous forme de fraction puis, dans les exercices suivants, on utilise différentes représentations d'un même nombre pour désigner une fréquence en particulier exprimée sous forme d'un pourcentage.

(3) Lien fréquence/ probabilité

Une série de trois exercices afin d'établir le lien entre ces deux notions.

<u>Exercice 1:</u>

On a simulé le lancer d'un dé à 4 faces, puis reporté les résultats dans ce tableau

Nombre de lancers	**Nombre de 1**	**Nombre de 2**	**Nombre de 3**	**Nombre de 4**
10	2	2	5	1
100	30	19	23	28
1 000	219	258	285	238
10 000	2458	2599	2453	2490

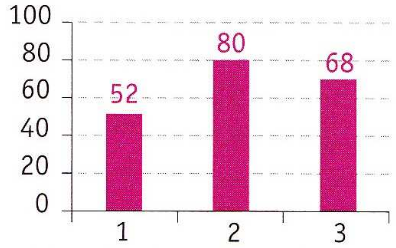
1) **Calculer, pour chaque cas, la fréquence d'apparition des différents numéros.**

2) **A) On suppose le dé bien équilibré. Quelle est la probabilité d'apparition de chaque face ?**
B) Comparer cette probabilité aux fréquences obtenues pour 10 lancers, pour 100 lancers et pour 10 000 lancers. Que peut-on en déduire ?

<u>Exercice</u> (*Magnard Collection Zenius 3°2012)*

Un dé a 8 faces numérotées : 1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 2 ; 3 ; 3 ; 3.

1) On jette ce dé 200 fois et on note à chaque fois le numéro de la face obtenue. Le schéma ci-contre donne la répartition des numéros obtenus lors des 200 lancers.



Déterminer la fréquence d'apparition de chaque numéro.

2) On suppose que le dé est bien équilibré.

a) Quelle est la probabilité d'obtenir chaque numéro ?

b) Pour obtenir à la question 1) des valeurs proches de celles obtenues à la question 2), qu'aurait-il fallu faire ?

<u>Commentaires</u> :

Dans les deux exercices :

1) Calcul de fréquences
2) Calcul de probabilités, puis comparaison entre « la fréquence » et « la probabilité »

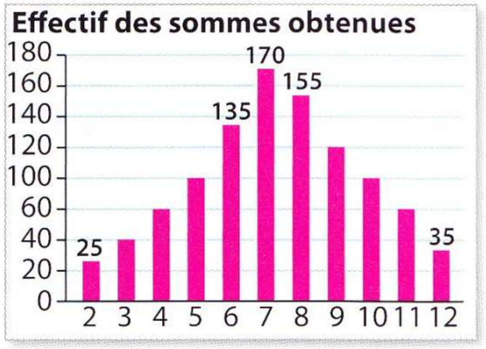
<u>Analyse :</u>

Deux exercices similaires de lancers de dés « originaux » à quatre faces ou huit faces (numérotées de 1 à 3) permettant d'insister sur le fait que plus le nombre de lancers est grand, plus les fréquences s'approchent des probabilités. Dans le cas où le nombre de lancers n'est pas suffisant, la fréquence et la probabilité peuvent être éloignées l'une de l'autre.

Exercice 3 :

(Nathan Transmath 3°2012)

Avec un tableur, on simule 1 000 lancers de deux dés équilibrés classiques. Ce diagramme représente les effectifs des sommes obtenues par les dés.



a) **Quel est, pour cette simulation, le nombre de lancers qui donnent la somme 7 ? En déduire la fréquence en pourcentage représentée par ces lancers.**

b) **Compléter le tableau suivant et trouver les différentes possibilités d'obtenir une somme égale à 7 avec deux dés. Calculer la probabilité d'obtenir cette somme.**

Somme des 2 dés		Valeur 2e dé					
		1	2	3	4	5	6
Valeur 1er dé	1	2	3	4			
	2		4				
	3						
	4						
	5						
	6						12

c) **Que peut-on dire de la valeur de la fréquence obtenue au** a) **et de celle obtenue au** b) **?**

Commentaires :

1) Calcul de fréquences en pourcentage.
2) Calcul de la probabilité d'obtenir une somme fixée de deux dés en remplissant au préalable un tableau à double entrée.
3) Comparaison fréquence et probabilité.

Analyse :

Encore un retour sur ce lien entre fréquence et probabilité lorsque le nombre de lancers est important.

h) Proportionnalité

Un autre enjeu très important dans la maîtrise du socle est la résolution de problèmes de proportionnalité qui permet de distinguer les élèves du groupe 1 en échec des élèves du groupe supérieur majoritairement en réussite.

Exercice :

(tiré des évaluations nationales des acquis des élèves en 5° 2012)

1) 12 objets identiques pèsent en tout 240 grammes.

Combien pèsent 2 de ces objets ?

2) 10 objets identiques coûtent 22 €.

Combien coûtent 15 de ces objets ?

Commentaires :

Résoudre un problème simple de proportionnalité.

Analyse :

On revient sur le retour à l'unité, la linéarité et les liens multiplicatifs avec des coefficients entiers permettant une approche mentale de la résolution. L'objectif est d'entretenir la maîtrise d'une multiplicité des méthodes possibles dans ce genre de situation.

Exercice :

Un paysagiste propose le devis ci-dessous pour ensemencer en gazon et clôturer un terrain carré de 12 m de côté.

Devis
Gazon : 504 €
Clôture : 960 €

Établir la facture pour un terrain rectangulaire de 18 m sur 15 m, les prix du m² de gazon et du m de clôture étant les mêmes pour les deux terrains.

Commentaires :

Calculer le prix du gazon et de la clôture pour un terrain rectangulaire en ayant comme référence les valeurs obtenues pour le terrain carré.

Analyse :

Un problème non guidé tout à fait adaptable à une épreuve de brevet blanc qui permet d'utiliser les formules de l'aire et du périmètre du carré et du rectangle. De même, la mise en place de la proportionnalité entre le prix du gazon et la surface mais aussi entre le prix de la clôture et le périmètre relèvent tout à fait des objectifs à atteindre pour ce groupe.

Exercice 1: (extrait du manuel Hachette Education collection Phare 3°2008)

Un cycliste roule à la vitesse constante de 20 km/h.

1. **Combien de temps mettre-t-il pour parcourir :**
   a) 20km ? b) 40km ? c) 5km ?
2. **Quelle distance va-t-il parcourir :**
   a) En 3h ? b) en 30min ? c) en 12min ?

Commentaires :

1) Calcul d'une durée
2) Calcul d'une distance

Analyse :

Encore une fois, un premier exercice avec des valeurs entières facilitant l'interprétation mentale de la situation et le recours à des procédés « rituels » indispensables avant d'acquérir de nouvelles compétences sur la notion de vitesse.

Exercice 2 : (extrait du manuel Hachette Education collection Phare 3°2008)

(1) En 1927, Charles Lindbergh a effectué la première liaison New York-Paris en avion en 33h30min à la vitesse moyenne de 188 km/h. Calculer la distance qu'il a parcourue.

(2) En 1976, Un Concorde a parcouru 5 943 km entre New York et Paris à la vitesse moyenne de 1 698 km/h. Calculer la durée du vol de ce Concorde.

(3) En 2 003, un Airbus A340 a parcouru 5 967 km entre New York et paris en 7h45min.
Calculer la vitesse de l'Airbus, à 1 km/h près.

Commentaires :

Calcul de distance, de durée, puis de vitesse dans trois situations différentes.

Analyse :

Situation plus difficile au vu des valeurs choisies qui rendent impossible le recours au calcul mental. Seule une bonne maîtrise de la proportionnalité permet de choisir la démarche adaptée (recours à un tableau ou à la formule v = d/T).

Exercice 3 : Extrait du DNB Pondichéry 2007

1. Romain se rend à vélo chez son ami David qui a loué un DVD chez DVDLOC.
Sachant qu'il a 3,75 kilomètres à parcourir et qu'il roule à la vitesse moyenne de 15 km/h, quel temps mettra-t-il pour faire ce trajet ? (en heures puis en minutes)

2. Après avoir regardé le film, Romain propose à David d'aller rendre ce DVD au magasin de location. Sachant qu'il roule pendant 36 minutes, toujours à la vitesse moyenne de 15 km/h, déterminer la distance qui sépare le magasin du domicile de David.

Commentaires :

Calcul d'une durée inférieure à une heure que l'on exprimera en minutes sans difficulté technique particulière et calcul d'une distance pour une durée inférieure à une heure et exprimée en minute alors que la vitesse est en km/h.

Analyse :

Il s'agit de reconnaitre une situation de proportionnalité avec des valeurs numériques décimales et un quotient inférieur à un mais aussi de traiter les unités de temps dans un problème de distance et de temps.

Ces exercices renvoient au sens de la vitesse définie comme la distance parcourue par unité de temps.

IV - Grandeurs et mesures

i) Durées et vitesses

Exercice (L'ÉCLIPSE)

Le 15 avril 2014 aura lieu une éclipse de Lune dont voici les caractéristiques :

Entrée dans l'ombre de la Terre	06h58
Commencement de la totalité de l'éclipse	08h06
Maximum de l'éclipse	08h45
Fin de la totalité de l'éclipse	09h24
Sortie de l'ombre de la Terre	09h33

(Source : institut des mécaniques célestes et des éphémérides, www.imcce.fr)

Question : Pendant combien de temps l'éclipse a-t-elle été totale ?

Commentaires :

A partir de valeurs rangées dans un tableau, l'élève doit commencer par saisir le sens des valeurs avant de chercher la différence évidente entre les 2 instants.

Analyse :

La difficulté repose davantage sur la maîtrise des informations que sur le calcul de la durée.

j) Périmètres – aires – volumes

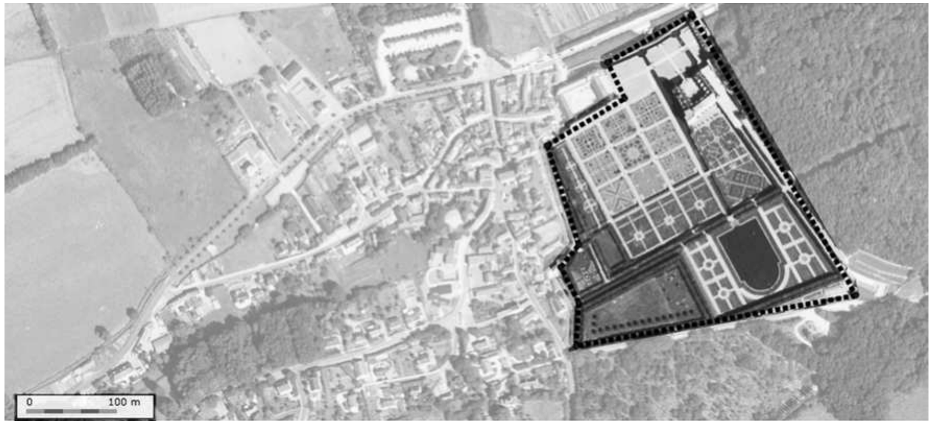
Il s'avère que la confusion entre ces 3 notions est à l'origine des erreurs rencontrées. Il conviendra donc de privilégier le travail sur le sens et sur les grandeurs tout en visant à développer des outils de contrôle et un recul critique

(1) Différencier aire et périmètre

Les deux exercices suivants sont extraits des cahiers des évaluations nationales des acquis des élèves de cinquième.

Exercice : LE PÉRIMÈTRE DES JARDINS DE VILLANDRY

Une personne souhaite effectuer à pied le tour des jardins en suivant le chemin tracé sur la photo.



Source: www.geoportail.fr

Question : Estimez la longueur de son parcours.

Montrez votre travail et expliquez comment vous avez fait cette estimation

Commentaires :

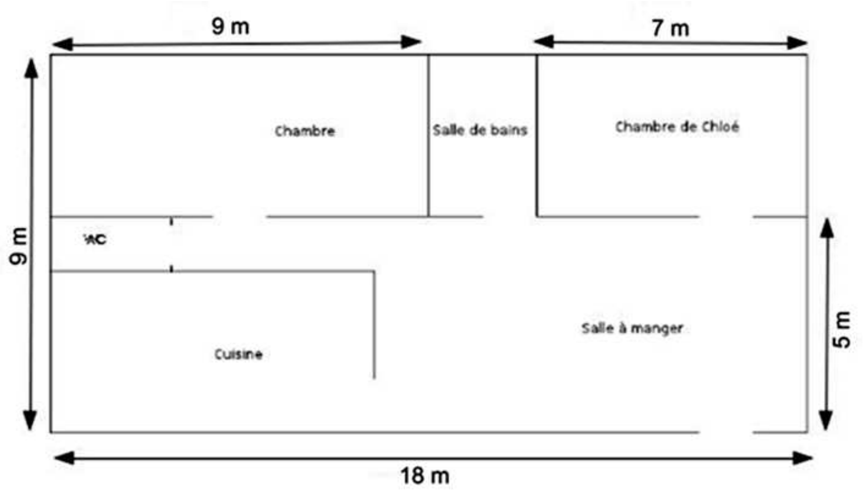
C'est un exercice non guidé favorisant la prise d'initiative.

Analyse :

Le contexte des Jardins ainsi que l'indice « effectuer le tour des jardins » favorise la distinction entre aire et périmètre. La première phase consiste à rechercher les informations puis à les traiter en utilisant l'échelle et c'est sûrement cette phase qui produira le plus d'erreurs.

<u>Exercice :</u> LE CARRELAGE

Voici le plan de l'appartement des parents de Chloé.



Le schéma n'est pas à l'échelle

Les parents de Chloé souhaitent changer le carrelage du sol de sa chambre. Ils doivent acheter de la colle pour carrelage. Voici les indications marquées sur un seau de colle :

<u>Destination</u>: Sol - intérieur / extérieur
<u>Surface couverte</u>: 5 m²
<u>Couleur</u> : Gris
<u>Contenance</u>: 20 kg

Question :

Quel est le nombre minimum de seaux de colle que les parents doivent acheter pour poser le carrelage de la chambre de Chloé ?

<u>Commentaires :</u>

Calcul de l'aire d'un rectangle puis utilisation de la proportionnalité pour déterminer le nombre de pots.

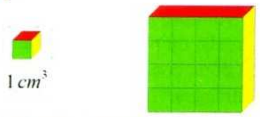
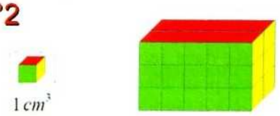
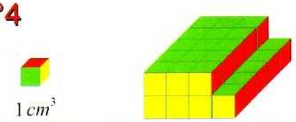
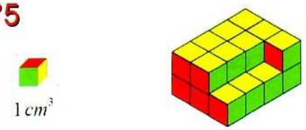
<u>Analyse :</u>

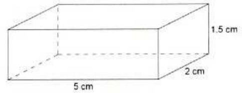
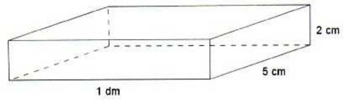
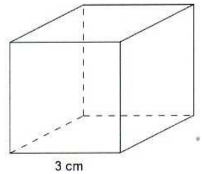
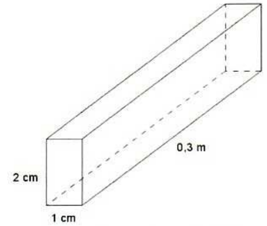
Le contexte du carrelage favorise la distinction entre le périmètre et l'aire d'une figure. La profusion d'informations et de rectangles permet de prolonger l'exercice vers le calcul des aires de la cuisine, de l'autre chambre et surtout de la salle à manger (forme non rectangulaire) …. Ou encore vers un calcul de masse pour connaître le chargement total à mettre dans la voiture. On peut ensuite rechercher la masse de chargement que peut supporter une voiture.

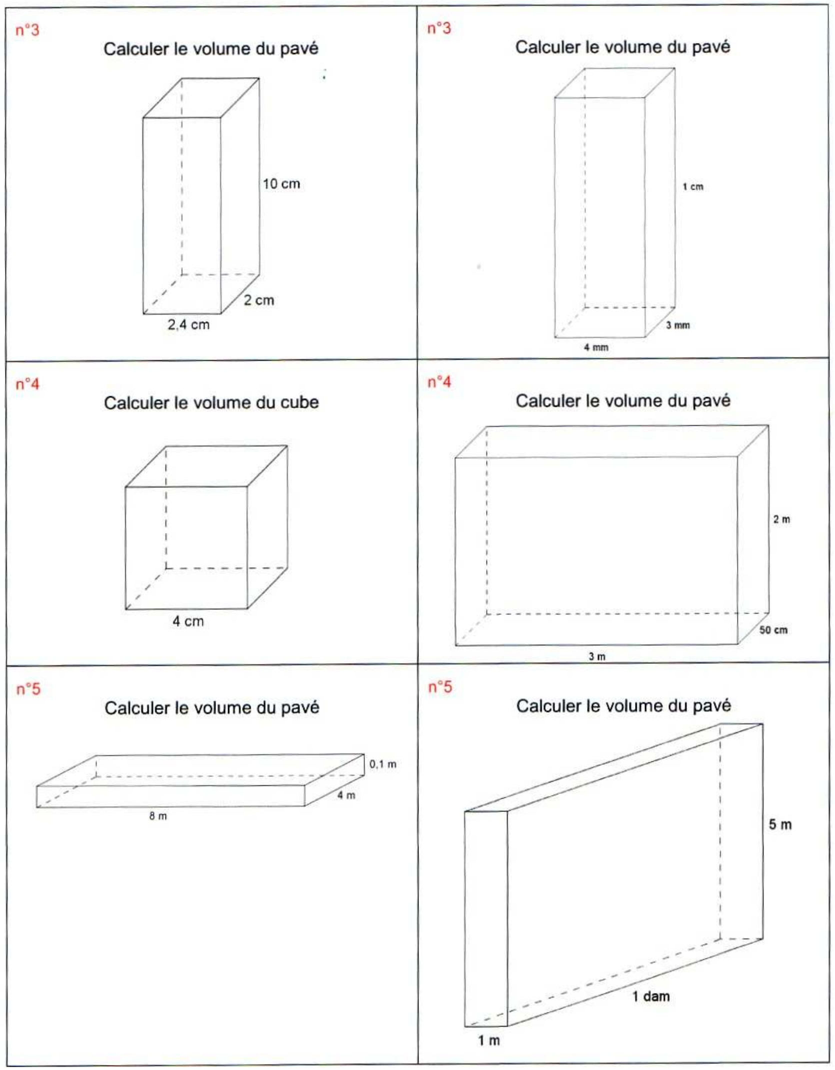
<u>Exercice</u> *Enseigner les mathématiques en sixième à partir des grandeurs : les VOLUMES – IREM POITIERS.*

Travail mental

Voici un exemple de travail effectué, sous forme de diaporama, tout au long du chapitre, qui illustre les différents moments de l'étude.

Calcul mental « Les volumes » Séquence n°1	Calcul mental « Les volumes» Séquence n°2
	Donne le volume de chaque solide en cm^3
n°1 Voici les dimensions d'un pavé : **6 cm×4 cm×1,5 cm** Donne les dimensions d'un pavé de volume double.	**n°1** 
n°2 Voici les dimensions d'un pavé : **3 m×5 m×1,5 m** Donne les dimensions d'un pavé de volume triple.	**n°2** 
n°3 Voici les dimensions d'un pavé : **7 dm×4 dm×5 dm** Donne les dimensions d'un pavé de volume moitié.	**n°3** 
n°4 Voici les dimensions d'un pavé : **12 cm×9 cm×3 cm** Donne les dimensions d'un pavé de volume tiers.	**n°4** 
n°5 Voici les dimensions d'un pavé : **5 cm×5 cm×5 cm** Donne les dimensions d'un pavé de volume quadruple.	**n°5** 

Calcul mental « Les volumes » Séquence n°3	Calcul mental « Les volumes » Séquence n°4
n°1 Calculer le volume du pavé 	n°1 Calculer le volume du pavé 
n°2 Calculer le volume du cube 	n°2 Calculer le volume du pavé 



<u>Commentaires</u> :

La première séquence fait travailler sur le lien entre le rapport des volumes et des longueurs (on ne double pas toutes les longueurs pour doubler un volume) - il serait intéressant de faire au préalable des exercices avec manipulations de solides pour doubler ou tripler les volumes. Dans la deuxième, le calcul de volume se fait par décomposition en cubes élémentaires, et dans la troisième et la quatrième par la formule (avec la gestion d'unités de longueurs différentes pour la dernière séquence).

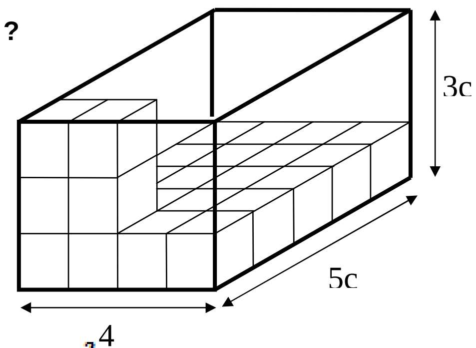
<u>Analyse :</u>

La pratique du calcul mental est très répandue mais peu mise au service de calculs de volume.

(2) Travail mental pour reconstruire la notion de volume

<u>Exercice</u>

1) Combien de cubes de côté 1 cm faut-il pour rem plir entièrement ce pavé droit ?



2) En déduire le volume, en cm^3, de ce pavé droit :

3) Retrouver la formule qui permet de calculer le volume d'un pavé droit à partir de ses 3 dimensions.

Commentaires :

Calcul de volume par dénombrement d'unités afin de redonner du sens à la formule.

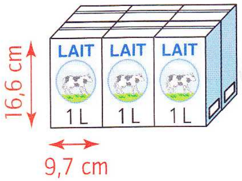
Analyse :

Cet exercice facile pour ce groupe pourra servir d'aide dans l'exercice suivant pour le calcul du volume de la brique de lait.

(3) Différencier Aire et Volume

Exercice :

Les dimensions d'une brique de lait sont : 16,6 cm, 9,7 cm et 6,4 cm.



1) **Vérifier que cette brique peut contenir un litre de lait.**
2) **Les briques sont emballées par paquet de 6 avec un film plastique.**

   Quelle est l'aire de ce film ?

Commentaires :

1) Calcul du volume d'un pavé droit dont on connait les trois dimensions en cm, puis comparaison avec un litre.
2) Calcul de l'aire totale de ce pavé droit.

Analyse :

Les erreurs reposent sur les formules utilisées sans que les élèves maîtrisent le sens, mais également sur les conversions de cm^3 en dm^3 puis en Litre.

Quant à l'aire totale, l'élève peut soit calculer l'aire de chaque face et les ajouter, soit imaginer le patron et calculer l'aire de la face latérale par : périmètre de la base $\times$ hauteur du pavé droit avant d'ajouter l'aire des deux bases. Les contextes concrets de ces exercices permettent de surmonter la confusion aire/volume.

Exercice :

Karim veut remplacer la bâche abimée de sa remorque .

La partie de la remorque qu'il veut protéger a la forme d'un pavé droit le longueur 3,20m , de largeur 2m et de hauteur 2,10 m.

Calculer l'aire de la bâche qu'il doit acheter .

Commentaires :

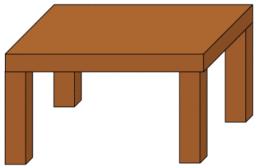
Calcul de l'aire totale d'un pavé droit sans fond sans difficulté d'unité en dehors des valeurs décimales.

Analyse :

Le contexte et le visuel de la photo doivent permettre de surmonter la confusion entre le volume et l'aire. On pourra être amené à manipuler avec un pavé et à le recouvrir si les difficultés de représentation dans l'espace persistent.

Exercice : Une table est composée d'un plateau rectangulaire de 3 cm d'épaisseur qui mesure 1,3 m de long et 0,8 m de large.

Les pieds ont une base carrée de 9 cm de côté et une hauteur de 72 cm.



1) **Calcule le volume de bois nécessaire pour fabriquer cette table.**

2) **A) Le chêne qui constitue cette table a une densité d'environ 0,7 ce qui signifie qu'un mètre cube de chêne pèse 700 kg.**
   Combien pèse cette table si on la construit en chêne ?

   B) Cherche la densité moyenne de l'ébène.
   Combien pèserait dette table si on la construisait en ébène ?

Commentaires :

Exercice contextualisé pour lequel il s'agit de décomposer un solide en solides élémentaires afin d'en calculer le volume total. Les questions b. et c. donnent un sens à ce calcul de volume, puisqu'il permet ensuite d'en calculer la masse, différente selon la nature du bois choisie.

Analyse :

Pour une fois, on s'attend à une aire car le solide est « globalement creux » alors que l'on souhaite le calcul du volume .On sera donc vigilant lors de cet exercice face à la confusion prévisible.