

Fiche Prof

La situation:

On place deux points A et B au hasard sur un segment [EF].

Quelle est la probabilité pour que $AB < \frac{1}{2} \times EF$



Cette activité est extraite du **Document d'accompagnement, Probabilités au collège**. Elle est proposée ici en une version courte et une version plus longue.

L'objectif est, dans une situation aléatoire, difficile à mettre en œuvre avec la seule manipulation expérimentale, de faire construire puis d'exploiter une simulation avec le tableur. Il s'agit de montrer qu'une simulation peut dans certaines situations, apporter des éléments de réponse lorsque les autres méthodes font défaut.

Les contenus mathématique visés

Passage d'un texte à une formulation mathématique.

Passage d'une situation géométrique à une situation numérique et repérage sur la droite graduée.

Modélisation d'une situation.

Probabilité: Simulation d'une situation aléatoire (Une numérique avec le tableur, une « visuelle » avec un logiciel de géométrie). Montrer qu'une probabilité n'est pas prédictive. Confirmer sur un exemple la notion intuitive que les élèves ont de la loi simple des grands nombres.

Où se situe cette activité dans la progression

Les élèves à ce stade ont déjà eu l'occasion de constater la conformité entre expérimentation et simulation dans plusieurs cas simples. La simulation a donc déjà acquis une légitimité et peut être considérée comme un outil à disposition quand l'expérimentation est difficilement accessible, longue ou lorsqu'aucun protocole « manuel » n'est réellement disponible.

Pré requis

Les élèves doivent avoir déjà utilisé quelques fonctions avec le tableur. Il n'y a pas de difficulté importante.

Selon l'expérience des élèves avec le tableur, on pourra adapter l'aide apportée par exemple en jouant sur le degré d'initiatives qu'on laisse aux différents groupes.

Prolongement: la deuxième simulation

Son objectif est seulement de montrer une autre approche (plus visuelle) pour simuler la même situation.. La justification complète passe par un régionnement du plan et n'est donc plus au programme mais une réflexion autour du contenu algébrique qui est derrière cette simulation permet de réinvestir les inéquations dans une situation inhabituelle.

Un déroulement possible

Les élèves démarrent l'activité **sans qu'il soit question de probabilité**. « Aujourd'hui nous allons faire un travail de groupe ... ». Il s'agit d'amener les élèves à se diriger eux-même vers cette solution.

1. En groupe de deux ou trois. Appropriation du texte. Puis proposition d'un texte en langage mathématique.
Mise en commun pour se mettre d'accord sur une formulation concise et une illustration commune.
Début de recherche d'une stratégie (toutes les propositions sont discutées) pour essayer de répondre à la question.

Les documents sont distribués en 3 morceaux. Chaque nouvelle partie distribuée apporte une brève synthèse à la question posée avant. Cela permet à chaque groupe de démarrer chaque nouvelle partie sur des bases fixées clairement et validées.

2. La deuxième partie permet un passage au numérique en introduisant un repère et les abscisses des points.
3. La troisième partie arrive quand les élèves ont établi la pertinence d'une simulation pour résoudre le problème.
Elle constitue le corps de l'activité: il s'agit de construire avec le tableur une simulation de cette situation.

Quelques remarques sur la feuille tableur

Plusieurs choix ont été faits qui ne sont probablement pas les solutions les plus élégantes sur le plan informatique.

Par contre ils facilitent la lisibilité de l'ensemble par les élèves.

La première colonne ne contient que des 1. En effectuant la somme on obtient le nombre de tirages. Elle est nommée 'total'. La colonne E est nommée 'favorable'.

Cela permet avec les formules =somme(total) et =somme(favorable) d'obtenir les sommes indépendamment de la longueur de la colonne.

La fréquence s'obtient par le quotient de somme(favorable) par somme(total). Ce qui est parlant.

Fiche élève

Trois amis se partagent une baguette de pain.

Comme ils sont joueurs, ils décident de couper la baguette en deux endroits obtenus en fermant les yeux. On peut donc admettre qu'ils coupent la baguette en deux endroits placés n'importe où, au hasard.

Le plus vorace, se précipite sur le morceau du milieu en disant qu'il a de fortes chances d'être plus grand que la moitié de la baguette. (*Et s'il est plus grand que la moitié, il est plus grand que chacun des deux autres morceaux!*).

Les deux autres se demandent alors:

Quelles sont les chances, pour le morceau du milieu, d'être plus grand que la moitié de la baguette ?

Nous allons essayer de les aider à répondre à cette question.

Préambule.

En groupe de 3.

Question 1

Comment pourrait-on traduire la situation en utilisant un langage « mathématique »?

Rédiger ce texte « mathématique ».

Question 2

Quelle stratégie peut-on utiliser ? Comment faire pour éventuellement pouvoir répondre?

Pour le moment on ne cherche pas encore à répondre. On cherche seulement comment on peut faire.

Notez toutes vos idées, nous les mettrons ensuite en commun.

----- couper ici avant de distribuer -----

Nous allons essayer de construire une simulation qui pourra peut-être nous aider à répondre.

Première question

La situation est géométrique. On peut la traduire par le texte suivant:

On place deux points A et B au hasard sur un segment [EF].

Quelle est la probabilité pour que $AB < \frac{1}{2} \times EF$



Les simulations s'effectuent avec des outils qui utilisent des nombres.

Comment passer de la situation géométrique à une situation numérique ?

Chaque groupe imagine une solution en essayant d'être précis.

Nous retiendrons ensuite une solution commune.

Deuxième question

Pour passer du géométrique au numérique on dispose de l'abscisse des points.

Deux points sur une droite définissent un repère.

Si on choisit la longueur du segment [EF] comme unité, on obtient :



x_A et x_B sont les abscisses des points A et B dans le repère.

On a : $0 < x_A < 1$ et $0 < x_B < 1$, ces deux nombres peuvent être tiré au hasard avec `=alea()`.

Construction avec le tableur d'une simulation

Tu vas créer une feuille dans laquelle:

- La première ligne contient les en-têtes descriptives (elles ne seront pas prise en compte dans les calculs): Nombre ; Abscisse de A ; Abscisse de B; Distance AB ; Test
- Pour faciliter les calculs nomme 'total' la plage formée de toute la colonne A et 'favorable' la plage formée de toute la colonne E
- contenu des colonnes:
 - colonne A :que des 1. Permet de compter le nombre de tirages en faisant la somme. Le nombre des tirages est égal à `somme(total)`.
 - colonne B: un nombre tiré au hasard entre 0 et 1.
 - colonne C: un nombre tiré au hasard entre 0 et 1.
 - colonne D: distance AB (attention au problème de signe. Une distance est positive.)
 - colonne E: le test qui permet de vérifier si AB est plus grand que 0,5.
- Calcule dans une cellule la fréquence des cas où $AB > 0,5$. C'est le quotient des cas favorables sur le total de tirages `=somme(favorable)/somme(total)`.

Voici une liste de fonctions que tu peux utiliser:

`=alea()` ; `=max(...;...)` ; `=min(...;...)` ; `=si(test;vrai;faux)` ; `=somme(plage)` ;

Exploitation de cette simulation

Utilise la fonction recopie pour aller jusqu'à la 11^{ème} ligne (10 tirages). Chaque appui sur F9 lance 10 tirages. Observe, note la fréquence après chaque appui.

Augmente le tableau (fonction recopie) jusqu'à 20 tirages. Recommence tes observations.

Puis recommence pour 100 tirages, 500 tirages. 1000 tirages, 2000 tirages.

Rédige tes observations. Quelle conclusion peux-tu conjecturer?

Pour comparer

Ouvre le fichier SegAleaAire.ggb

Lance la simulation en bougeant le point M. Observe puis évalue la fréquence.

Fiche élève courte

On place deux points A et B au hasard sur un segment [EF].

Quelle est la probabilité pour que $AB < \frac{1}{2} \times EF$



Construction avec le tableur d'une simulation

Tu vas créer une feuille dans laquelle:

- La première ligne contient les en-têtes descriptives (elles ne seront pas prise en compte dans les calculs): Nombre ; Abscisse de A ; Abscisse de B; Distance AB ; Test
- Pour faciliter les calculs nomme 'total' la plage formée de toute la colonne A et 'favorable' la plage formée de toute la colonne E
- contenu des colonnes:
 - colonne A :que des 1. Permet de compter le nombre de tirages en faisant la somme. Le nombre des tirages est égal à `somme(total)`.
 - colonne B: un nombre tiré au hasard entre 0 et 1.
 - colonne C: un nombre tiré au hasard entre 0 et 1.
 - colonne D: distance AB (attention au problème de signe. Une distance est positive.)
 - colonne E: le test qui permet de vérifier si AB est plus grand que 0,5.
- Calcule dans une cellule la fréquence des cas où $AB > 0,5$. C'est le quotient des cas favorables sur le total de tirages `=somme(favorable)/somme(total)`.

Voici une liste de fonctions que tu peux utiliser:

`=alea()` ; `=max(...;...)` ; `=min(...;...)` ; `=si(test;vrai;faux)` ; `=somme(plage)` ;

Tu trouveras ici une courte description de ses fonctions.

Exploitation de cette simulation

Utilise la fonction recopie pour aller jusqu'à la 11^{ème} ligne (10 tirages). Chaque appui sur F9 lance 10 tirages. Observe, note la fréquence après chaque appui.

Augmente le tableau (fonction recopie) jusqu'à 20 tirages. Recommence tes observations.

Puis recommence pour 100 tirages, 500 tirages. 1000 tirages, 2000 tirages.

Rédige tes observations.

Quelle conclusion peux-tu conjecturer?